100

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二B 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：机二乙 學號：9940090 姓名：陳韻竹

A. Terminology (20%)

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Unit Vector 單位向量 Cross Product 外積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Dot Product 內積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B.$

$A+C=\begin{bmatrix}2+y & -3\\ -1 & 2+x\end{bmatrix}$ ✓

$B\times C=$ [無解] ✓

$A\times B=\begin{bmatrix}-2 & 2 & 12\\ 5 & 1 & -3\end{bmatrix}$ ✓

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ \cdots & \cdots\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & \cdots & 3\end{bmatrix}$ *please find* $|A|$ *det*(B)

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule 克雷西普面

$$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$$

$A \qquad \bar{x} \qquad C$

$\bar{x}=A\ C$

$|A|=0-6-6+4+9=1$ ≠

$A^{-1}=\frac{1}{|A|}[\text{adj}(A)]^T$

$=1\begin{bmatrix}2 & 1 & -3\\ 1 & 0 & 5\\ -6 & -2 & 9\end{bmatrix}^T$

$=1\begin{bmatrix}2 & 1 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ -3 & 5 & -9\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ 3\\ \cdots\end{bmatrix}$

6. 克雷莫

3. $|A| = 1$

$$x = \frac{A}{|A_1|} = 1 \begin{bmatrix} 5 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = -6 + 4 + 10 - 6 = 14$$

$$y = \frac{A}{|A_2|} = 1 \begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = 4 - 10 - 6 - 4 + 4 + 15 = 3$$

$$z = \frac{A}{|A_3|} = 1 \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} = -6 + 15 + 4 - 9 = 4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

19 - 15

100

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二B 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二乙 學號：9940091 姓名：楊佳寰

A. Terminology (20%)

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Unit Vector 單位向量 Cross Product 外積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Matrix 矩陣 ✓ Eigenvalue 特徵值

Dot Product 內積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2+y & -3\\ -1 & 2+x\end{bmatrix}$ ✓

$AXB=\begin{bmatrix}-2 & 2 & 12\\ 5 & 1 & -3\end{bmatrix}$ ✓

BXC 無 ✓

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & 2 & 3\end{bmatrix}$ *please find* $|A|$ *det(B)*

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix

(b) Cramer's Rule

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$

$|A|=-6-6-(-4)-(-9)$

$=1$

$|A_1|=\begin{bmatrix}5 & 3 & -2\\ -2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=4-6-(-10)-6$

$=2$ ✓

$|A_2|=\begin{bmatrix}2 & 5 & -2\\ 3 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=4-10-6-4-(-4)-(-15)$

$=3$ ✓

$|A_3|=\begin{bmatrix}2 & 3 & 5\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=15-6-(-4)-9$

$=4$ ✓

$x_1=\frac{|A_1|}{|A|}=2$ $x_2=\frac{|A_2|}{|A|}=3$ $x_3=\frac{|A_3|}{|A|}=4$ ✓

71

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二乙 學號：9940188 姓名：鄭景鴻

A. Terminology (20%)

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Unit Vector 單位向量 Dot Product 內積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Cross Product 外積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+a & -3+(-1)\\ 1+(-2) & 2+b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+a & -4\\ -1 & 2+b\end{bmatrix}$ #

$B\times C$ = 無解 ※

$A\times B=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-6 & 2 & 10+9\\ 1+4 & 1 & 5-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 2 & 19\\ 5 & 1 & -1\end{bmatrix}$ ※

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\end{bmatrix}$ *please find* $|A|$ $det(B)$

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

(a) $\begin{vmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=(-6)+(-6)+4+9=1$

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2 & 1 & 0 & 0\\ 3 & 0 & -2 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\sim\begin{bmatrix}-2 & 1 & 3\\ 1 & 0 & 1\\ -6 & -2 & 9\end{bmatrix}$

(b) $A_1=\begin{vmatrix}5 & 3 & -2\\ -2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=-6+4-1=-4$

$x=\frac{|A_1|}{|A|}=\frac{-4}{1}=-4$ ※

$A_2=\begin{vmatrix}2 & 5 & -2\\ 3 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=4+(-10)-4+4+6=3$

$y=\frac{|A_2|}{|A|}=\frac{3}{1}=3$ ※

$A_3=\begin{vmatrix}2 & 3 & 5\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=-6-6+15+4-9=-2$

$z=\frac{|A_3|}{|A|}=\frac{-2}{1}=-2$ ※

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：[illegible] 學號：[illegible] 姓名：[illegible]

A. Terminology (20%)

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Unit Vector 單位向量 Dot Product 內積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Cross Product 外積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2a & -4\\ -1 & 2b\end{bmatrix}$

$B\times C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$ 無解

$A\times B=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}$ ✗

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\end{bmatrix}$. *please find* $|A|, det(B)$.

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$ $|A|=-2$

$|A_1|=\begin{bmatrix}5 & 3 & -2\\ -2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=10+4+4+6=24$

$|A_2|=\begin{bmatrix}2 & 5 & -2\\ 3 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=4-6+4-15=-13$

$|A_3|=\begin{bmatrix}2 & 3 & 5\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=-4-6+15+10-9+4=10$

$\frac{|A_1|}{|A|}=\frac{24}{-2}=-8$ $\frac{|A_2|}{|A|}=\frac{-13}{-2}$ $\frac{|A_3|}{|A|}=\frac{-13}{-2}$

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2 & 5\\ 3 & 0 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & -3 & 1\\ -5 & 0 & 1\\ 1 & -4 & -1\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-2 & -5 & 1\\ -3 & 0 & -4\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}2 & 5 & -1\\ 3 & 0 & 4\\ -1 & -1 & -1\end{bmatrix}$

$\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}2 & 5 & -1\\ 3 & 0 & 4\\ -1 & -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}\frac{10+10-1}{-2}\\ \frac{5+4}{-2}\\ \frac{-3+12-1}{-2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}-\frac{19}{2}\\ -\frac{9}{2}\\ -\frac{8}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2 & 3\end{bmatrix}$

25

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二乙 學號：9940186 姓名：曾麗鈞

A. Terminology (20%)

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Unit Vector 單位向量 Dot Product 內積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Orthogonal Matrix 正交矩正 Vector 向量

Cross Product 外積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B.$

$\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\end{bmatrix}$ *please find* $|A|$ $det(B)$

$\begin{bmatrix}2 & 3\end{bmatrix}$

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix

(b) Cramer's Rule

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二B 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二乙 學號：9940l093 姓名：王尚迪

A. Terminology (20%)

Orthogonal Matrix 正交矩正 Vector 向量

Unit Vector 單位向量 Cross Product 內積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Dot Product 外積 +20

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+y & -3\\ -1 & 2+x\end{bmatrix}$

$B\times C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}=$ 無解

$A\times B=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 2 & 12\\ 5 & 1 & -3\end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ 2 & -2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & -2 & 3\end{bmatrix}$ *please find* $|A|$ $det(B)$

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (反矩陣)

(b) Cramer's Rule

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$

$|A_{41}|=0-6-6-0+9+4=1$

$0-6-6-0+9+1=1$

$|A|=\begin{vmatrix}5 & 3 & -2\\ 2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=0-6+4+6=4$

特徵

$\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

30