出題負責教師：鄭澤明

建國科技大學 進修部 101 學年度 第 1 學期　班級：二技機械一(必) 科目：工數(1) 期末考試試題

** 註　班級：甲　　學號：10160[illegible]　　姓名：[illegible]

93

1. 解 $3(1+x^2)y'+2xy=2xy^4$

2. 解 $y'-y=xy2$

3. 若熱傳方程式可以寫成 $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+5=0$，且 $x=\delta$ 時，$\frac{\partial T}{\partial x}=2$、$x=0$ 時，$T=20$，求解 $T(x)=?$

4. 若 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & -4\end{bmatrix}$，試求：(a)**AB**，(b)**BA**

分別利用(1)高斯消去法、 (2)克拉瑪法則 解下列方程組

5. $\begin{cases}-x_1+x_2+2x_3=2\\ 3x_1-x_2+x_3=6\\ -x_1+3x_2+4x_3=4\end{cases}$，$\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2 & 2\\ 3 & -1 & 1 & 6\\ -1 & 3 & 4 & 4\end{bmatrix}$

出題負責教師：鄭澤明

建國科技大學 進修部 101 學年度 第 1 學期　班級：二技機械一(必) 科目：工數(1) 期末考試試題

** 註　班級：4W一甲　學號：101601011　姓名：張揮澤

85 90

1. 解 $3(1+x^2)y'+2xy=2xy^4$

$y'+\frac{2x}{3(1+x^2)}y=\frac{2x}{3(1+x^2)}y^4$

其中 $a=4$ 令 $u(x)=y^{1-a}=y^{-3}$ 則

$u'(x)=-3y^{-4}y'$

原式可為 $y'+\frac{2}{3(1+x^2)}y=\frac{2x}{3(1+x^2)}y^4$

其中 $a=4$ 令 $u(x)=y^{1-a}=y^{-3}$ 則

$u'(x)=-3y^{-4}y'$

以 $-3y^{-4}$ 乘原式可得

$(-3y^{-4})y'+(-3y^{-4})\left\{\frac{2x}{3(1+x^2)}\right\}y=(-3y^{-4})\left\{\frac{2x}{3(1+x^2)}\right\}y^4$

$\Rightarrow u'-\frac{2x}{1+x^2}u=\frac{-2x}{4x^2}$

上式之積分因子 $F(x)=e^{\int\frac{2x}{1+x^2}dx}=\frac{1}{1+x^2}$

同乘 $\frac{1}{1+x^2}$ 得

$\frac{u'}{1+x^2}-\frac{2x}{(1+x^2)}u=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$

積分得 $\frac{u}{1+x^2}=\frac{1}{1+x^2}+C$

-5

2. 解 $y'-y=xy^2$

$y'+x^{-1}y=xy^2$

因 $a=2$ 故 $u=y^{1-a}=y^{-1}$

由(上式)式可得線性方程式

$u'-x^{-1}u=-x$

其積分因子

$F(x)=e^{\int\frac{-1}{x}dx}=e^{-\ln x}=\frac{1}{x}$

同乘原式得

$\frac{u'}{x}-\frac{u}{x^2}=-1$

兩側分別積分得

$x^{-1}u=-x+C$

代入 $u=y^{-1}$ 可得通解：

$\frac{1}{y}=1-x+Ce^{-x}$

3. 若熱傳方程式可以寫成 $\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+5=0$，且 $x=\delta$ 時，$\frac{\partial T}{\partial x}=2$、$x=0$ 時，$T=20$，求解 $T(x)=?$

解 $\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+2=0$

$\Rightarrow\frac{\partial^2T}{\partial x^2}=-2$

$\Rightarrow\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=-2$

$\Rightarrow\int\partial\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=\int-2\,\partial x$

$\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}=-2x+C_1$

$\Rightarrow\partial T=\int-2x\,\partial x+\int(\partial x)$

$\Rightarrow T=-x^2+C_1x+C_2$

$T(x)=-x^2+C_1x+C_2$

當 $x=0\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}=5$

$\frac{\partial T}{\partial x}=-2x+C_1\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}\Rightarrow C_1=5$

當 $x=\delta\Rightarrow T=20$

$T(\delta)=-\delta^2+5\delta+C_2=20$

$\therefore C_2=\delta^2-5\delta+20$

$\therefore T(x)=-x^2+5x+\delta^2-5\delta+20$

-10

4. 若 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&-1\\4&3\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1&1\\2&-4\end{bmatrix}$，試求：(a)**AB**，(b)**BA**

$AB=\begin{bmatrix}2\times(-1)+(-1)\times2 & 2\times1+(-1)\times(-4)\\ 4\times(-1)+3\times2 & 4\times1+3\times(-4)\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-4&6\\2&-8\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}-1&1\\2&-4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&-1\\4&3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-1\times2+1\times4 & (-1)\times(-1)+1\times3\\ 2\times2+(-4)\times4 & 2\times(-1)+(-4)\times3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2&4\\-12&-14\end{bmatrix}$

分別利用(1)高斯消去法、(2)克拉瑪法則 解下列方程組

5. $\begin{cases}-x_1+x_2+2x_3=2\\3x_1-x_2+x_3=6\\-x_1+3x_2+4x_3=4\end{cases}$，$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\3&-1&1&6\\-1&3&4&4\end{bmatrix}$

(1)高斯消去法

解：(1)消去 x_1

$-x_1+x_2+x_3=2\sim L_1$

$2x_1+4x_3=6\sim L_2$

$2x_2+2x_3=2\sim L_3$

$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\0&2&4&12\\0&2&2&2\end{bmatrix}3L_1+L_2\ L_3-L_1$

(2)消去 x_2

$-x_1+x_2+x_3=2$

$2x_2+4x_3=12$

$-5x_3=-10$

$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\0&2&4&12\\0&0&-5&-10\end{bmatrix}L_3-L_2$

(3)回換得：$x_3=2$，$x_2=1$，$x=-1$ 有唯一解。

(2)克拉瑪法則：

解 $A\begin{bmatrix}-1&1&2\\3&-1&1\\-1&3&4\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2\\6\\4\end{bmatrix}$

$\det A=\begin{bmatrix}-1&1&2\\3&-1&1\\-1&3&4\end{bmatrix}=-\begin{vmatrix}-1&1\\3&4\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}3&1\\-1&4\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}3&-1\\-1&3\end{vmatrix}=7-13+16=10$

$x_1=\frac{1}{\det A}\begin{vmatrix}2&1&2\\6&-1&1\\4&3&4\end{vmatrix}=\frac{1}{10}\left[2\begin{vmatrix}-1&1\\3&4\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}6&1\\4&4\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}6&-1\\4&3\end{vmatrix}\right]=\frac{1}{10}(-14-20+44)=1$

$x_2=\frac{1}{\det A}\begin{vmatrix}-1&2&2\\3&6&1\\-1&4&4\end{vmatrix}=\frac{1}{10}\left[-\begin{vmatrix}6&1\\4&4\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}3&1\\-1&4\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}3&6\\-1&4\end{vmatrix}\right]=\frac{1}{10}(-20-26+36)=-1$

$x_3=\frac{1}{\det A}\begin{vmatrix}-1&1&2\\3&-1&6\\-1&3&4\end{vmatrix}=\frac{1}{10}\left[-\begin{vmatrix}-1&6\\3&4\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}3&6\\1&4\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}3&-1\\-1&3\end{vmatrix}\right]=\frac{1}{10}(22-18+16)=2$

出題負責教師：鄭澤明

建國科技大學 進修部 101 學年度 第 1 學期　班級：二技機械一(必) 科目：工數(1) 期末考試試題

** 註　班級：木九大戒一甲　學號：10160105　姓名：梁志義

1. 解 $3(1+x^2)y'+2xy=2xy^4$

2. 解 $y'-y=xy2$

3. 若熱傳方程式可以寫成 $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+5=0$，且 $x=\delta$ 時，$\frac{\partial T}{\partial x}=2$、$x=0$ 時，$T=20$，求解 $T(x)=?$

4. 若 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1 & 1\\ 2 & -4\end{bmatrix}$，試求：(a)**AB**，(b)**BA**

分別利用(1)高斯消去法、 (2)克拉瑪法則 解下列方程組

5. $\begin{cases}-x_1+x_2+2x_3=2\\ 3x_1-x_2+x_3=6\\ -x_1+3x_2+4x_3=4\end{cases}$，$\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2 & 2\\ 3 & -1 & 1 & 6\\ -1 & 3 & 4 & 4\end{bmatrix}$

(2)背面

出題負責教師：鄭澤明

建國科技大學 進修部 101 學年度 第 1 學期　班級：二技機械一(必) 科目：工數(1) 期末考試試題

80-2

95

** 註　班級：機械二技－甲　學號：10160107　姓名：胡敬堯

1. 解 $3(1+x^2)y'+2xy=2xy^4$

原式：$y'+\frac{2x}{3(1+x^2)}y=\frac{2x}{3(1+x^2)y^4}$　其中 $a=4$ 令 $u(x)=y^{1-a}=y^{-3}$ 則 $u'(x)=-3y^{-4}y'$

以 $-3y^{-4}$ 乘原式

$(-3y^{-4})y'+(-3y^{-4})\left[\frac{2x}{3(1+x^2)}\right]y=(-3y^{-4})\cdot\left[\frac{2x}{3(1+x^2)}\right]y^4$

$\Rightarrow u'-\frac{2x}{1+x^2}u=\frac{-2x}{1+x^2}$　積分因子 $F(x)=e^{\int\frac{-2x}{1+x^2}dx}$ $\left\{=\int\frac{-2x}{1+x^2}dx=-\int\frac{d(x^2)}{1+x^2}=-\int\frac{d(1+x^2)}{1+x^2}\right.$

積分可得 $\frac{u}{1+x^2}=\frac{1}{1+x^2}+c$　$=-\ln(1+x^2)$.

$=\frac{1}{1+x^2}$　$\left\{F(x)=e^{-\ln(1+x^2)^{-1}}=e^{-\ln(1+x^2)^{-1}}\right.$

$=(1+x^2)^{-1}=\frac{1}{1+x^2}$

2. 解 $y'-y=xy2$

$4x\frac{dy}{dx}=y$

$4\int\frac{dy}{y}=\int\frac{dx}{x}$

$e^{(4\ln|y|)}=e^{\ln|x|+c}\Rightarrow e^c\cdot e^x$

$y^4=cx$

$\frac{u'}{1+x^2}-\frac{2x}{(1+x^2)^2}u=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$

$\frac{d(Fu)}{dx}=Fu'+uF'$

$F=(1+x^2)$

$F'=-1\times(1+x^2)^{-1-1}\times 2x=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$

$\int d(Fu)=\int\frac{-2x}{(1+x^2)^2}dx$

$\Rightarrow F\cdot u=\int F\,dx$

$=F+\text{constant}$

3. 若熱傳方程式可以寫成 $\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+5=0$，且 $x=\delta$ 時，$\frac{\partial T}{\partial x}=2$、$x=0$ 時，$T=20$，求解 $T(x)=?$

當 $x=0$

$\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}=2$

$\frac{\partial T}{\partial x}=-2x+C_1\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0}\ C_1=5$

當 $x=\delta\Rightarrow T=20$

$T(\delta)=-\delta^2+5\delta+C_2=20$　$C_2=\delta^2-5\delta+20$　$T(x)=x^2+5x+\delta^2-5\delta+20$.

$\frac{\partial T}{\partial x}+2=0$

$\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}=-2$

$\Rightarrow\frac{d}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=-2$

$\Rightarrow\int\frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right)=\int-2dx$

$\Rightarrow\frac{dT}{dx}=-2x+C_1$

$\Rightarrow\int\partial T=\int-2x\partial x$

$\int C_1dx$

$\Rightarrow T=-x^2+C_1x$

4. 若 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&-1\\4&3\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1&1\\2&-4\end{bmatrix}$，試求：(a)**AB**，(b)**BA**

(a)

$AB=\begin{bmatrix}2\times(-1)+(-1)\times2 & 2\times1+(-1)\times(-4)\\ -4\times(-1)+3\times2 & 4\times1+3\times(-4)\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-4&6\\2&-8\end{bmatrix}$

(b)

$BA=\begin{bmatrix}(-1)\times2+1\times4 & (-1)\times(-1)+1\times3\\ 2\times2+(-4)\times4 & 2\times(-1)+(-4)\times3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2&4\\-12&-14\end{bmatrix}$

分別利用(1)高斯消去法、 (2)克拉瑪法則 解下列方程組

5. $\begin{cases}-x_1+x_2+2x_3=2\\3x_1-x_2+x_3=6\\-x_1+3x_2+4x_3=4\end{cases}$，$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\3&-1&1&6\\-1&3&4&4\end{bmatrix}$

(1)

$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\0&2&7&12\\0&-2&-2&-2\end{bmatrix}\begin{matrix}\\L_1+L_2\\L_1-L_3\end{matrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\0&2&7&12\\0&0&5&10\end{bmatrix}L_2+L_3$

① $5x_3=10$　② $2x_2+7\times2=12$

$x_3=2$　$2x_2=-2$

③ $-x_1+(-1)+2\times2=2$

$x_1=1$

$x_1=1$　$2x_2=-2$　$x_3=2$

背面

出題負責教師：鄭澤明

建國科技大學 進修部 101 學年度 第 1 學期　班級：二技機械一(必) 科目：工數(1) 期末考試試題

30 90

** 註　班級：机械四甲　學號：98801408　姓名：許銘峯

1. 解 $3(1+x^2)y'+2xy=2xy^4$

原式可寫 $y'\frac{2x}{3(1+x^2)}\quad y=\frac{2x}{3(1+x^2)}y^4$

其中 $a=4$ 令 $u(x)=y^{1-a}=y^{-3}$ 則

$u'(x)=-3y^{-4}y'$

u、$-3y^{-4}$ 乘原式可得

$(-3y-4)\,y'+(-3y^{-4})\left[\frac{2x}{3+(1+x^2)}\right]y=[-3y^{-4}]\left[\frac{2x}{3(1+x^2)}\right]y^4$

上式之積分因子 $f(x)=e^{\int\frac{-2x}{1+x^2}dx}=\frac{1}{1+x^2}$ 乘 $\frac{1}{1+x^2}$ 得 $\frac{u'}{1+x^2}-\frac{2x}{(1+x^2)^2}u=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$

$\int\frac{-2x}{1+x^2}dx=-\int\frac{d(x^2)}{1+x^2}=-\int\frac{d(1+x^2)}{1+x^2}$

$=-\ln(1+x^2)$

$f(x)=e^{-e^{\ln(1+x^2)}}=e^{e^{\ln(1+x^2)^{-1}}}$

$=\frac{1}{1+x^2}$

指後還有

2. 解 $y'-y=xy2$

解令 $u(x)=y^{1-2}=y^{-1}$　$u'+(1-a)p(x)u=(1-a)g(x)$ 原式變成

$u'-u=-\cos+\sin x$

$u=y^{1-a}=y^{1-2}=y^{-1}$

$\Rightarrow u'=-y^{-2}y'$

$\Rightarrow(-y^{-2})y'+(-y^{-2})y=(-y^{-2})y^2(\cos x-\sin x)$

$\Rightarrow u'-u=\cos x+\sin x$

Let $f_1=e^{\int(-1)dx}=e^{-x}$

$e^{-x}u'-e^{-x}u=e^{-x}(-\cos x+\sin x)$

$\Rightarrow d(f_1-u)=e^{-x}(-\cos x+\sin x)dx$

$\Rightarrow e^{-x}-u=\int e^{-x}(-\cos x+\sin x)dx$

$=\sin x e^{-x}+C$

$\frac{d(\sin e^{-x})}{dx}=(-\sin x)\frac{d(e^{-x})}{dx}+(e^{-x})\left(\frac{d(-\sin x)}{dx}\right)$

指後還有

3. 若熱傳方程式可以寫成 $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+5=0$，且 $x=\delta$ 時，$\frac{\partial T}{\partial x}=2$、$x=0$ 時，$T=20$，求解 $T(x)=?$

當 $x=0$

$=\frac{dT}{dx}=2$

$\frac{dT}{dx}=-5x+C_1\Rightarrow\frac{dT}{dx}|x=0\ C_1=2$

當 $x=\delta\Rightarrow T=20$

$T_1\ \delta_1=-\delta^2+2\delta+C_2=20$

$C_2=\delta^2-2\delta+20$

$T(x)=x^2+2x+\delta^2-2\delta+20$

$\frac{d^2T}{dx^2}+5=0$

$\Rightarrow\frac{d^2T}{dx^2}=-5$

$\Rightarrow\frac{d}{dx}\left(\frac{dT}{dx}\right)=\int=5dx$

$\Rightarrow\frac{dT}{dx}=-5x+C$

$=\int dT=\int-5x\,dx+\int C_1dx$

$=T=-x^2+C_1x+C_2$

4. 若 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&-1\\4&3\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1&1\\2&-4\end{bmatrix}$，試求：(a)**AB**，(b)**BA**

分別利用(1)高斯消去法、(2)克拉瑪法則 解下列方程組

5. $\begin{cases}-x_1+x_2+2x_3=2\\3x_1-x_2+x_3=6\\-x_1+3x_2+4x_3=4\end{cases}$，$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\3&-1&1&6\\-1&3&4&4\end{bmatrix}$

Ans 消 x_1

$-x_1+x_2+x_3=2\ \ldots.L1$

$2x_2+7x_3=12\ \ldots.L2$

$2x_2+2x_3=2\ \ldots L3$

$\begin{bmatrix}-1&1&1&2\\0&2&7&12\\0&2&2&2\end{bmatrix}\begin{matrix}3L_1+L_2\\L_3-L_1\end{matrix}$

消 x_2

$-x_1+x_2+x_3=2\ldots L1$

$2x_2+7x_3=12\ldots L2$

$-5x_3=-10\ldots L3$

$\begin{bmatrix}-1&1&1&2\\0&2&7&12\\0&0&-5&-10\end{bmatrix}L3-L2$

反轉

$x_3=2$

$-5x_3=-10$

$x_3=2$

$2x_2+7x(2)=12$

$2x_2=-2$

$x_2=-1$

$-x_1+(-1)+(2)=2$

$x_1=1$

出題負責教師：鄭澤明

建國科技大學 進修部 101 學年度 第 1 學期　班級：二技機械一(必) 科目：工數(1) 期末考試試題

** 註　班級：机一甲　學號：10160l033　姓名：張伯融

45 90

1. 解 $3(1+x^2)y'+2xy=2xy^4$

原式可為 $y'+\frac{2x}{3(1+x^2)}y=\frac{2x}{3(1+x^2)}y^4$

其中 $u=4$ 令 $u(x)=y^{1-a}=y^{-3}$

則 $u'(x)=-3y^{-4}y'$

以 $-3y^{-4}y'$

以 $-3y^{-4}$ 乘原式可得

$(-3y^{-4})y'+(-3y^{-4})\left(\frac{2x}{3+(1+x^2)}\right)y=(-3y^{-4})\left(\frac{2x}{3(1+x^2)}\right)y^4$

$u'-\frac{2x}{1+x^2}\quad u=\frac{-2x}{1+x^2}$

$F(x)=e^{\int\frac{-2x}{1+x^2}dx}=\frac{1}{1+x^2}$ 同乘 $\frac{u'}{1+x^2}-\frac{2x}{(1+x^2)^2}u=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$

$\int\frac{-2x}{1+x^2}dx=-\int\frac{d(x)^2}{1+x^2}=-\int\frac{d(1+x^2)}{1+x^2}$

$=-\ln(1+x^2$

$F(x)=e^{-\ln(1+x^2)}=e^{\ln(1+x^2)^{-1}}=(1+x^2)^{-1}$

$=e$

$=\frac{1}{1+x^2}$

$\frac{d(Fu)}{dx}=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}\Rightarrow\int d(Fu)$

$=\int\frac{-2x}{(1+x^2)^2}=Fu'+uF$

$\Rightarrow F\cdot u=\int F'dx=\int dF$

$=F+\text{constant}$

$F=(1+x^2)^{-1}=F'=-1\times(1+x^2)^{-1-1}$ 乘 $2x$

$=\frac{-2x}{(1+x^2)^2}$

積分得 $\frac{u}{1+x^2}=\frac{1}{1+x^2}+c$

故 $u=y^{-3}=1+c(1+x^2)$

2. 解 $y'-y=xy2$

3. 若熱傳方程式可以寫成 $\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+5=0$，且 $x=\delta$ 時，$\frac{\partial T}{\partial x}=2$、$x=0$ 時，$T=20$，求解 $T(x)=?$

$\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+2=0\Rightarrow\frac{\partial^2T}{\partial x^2}=-2$

$\Rightarrow\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=-2\Rightarrow\int\partial\frac{\partial T}{\partial x}=\int-2\partial x$

$\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}=-2x+c1\Rightarrow\int\partial T=\int-2x\partial x+\int c1dx$

$\Rightarrow T=-x^2+c1x+c2\quad T(x)=-x^2+c1x+c2$

當 $x=0\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}=5\quad\frac{\partial T}{\partial x}=-2x+c1\Rightarrow\frac{\partial T}{\partial x}|x|=0=c1=5$

當 $x=\delta\Rightarrow T=20$

$T(\delta)=-\delta^2+5\delta+c2=20$

$\therefore c2\delta=5\delta+20$

$\therefore T(x)=-x^2+5x+\delta-5\delta+20$

4. 若 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2&-1\\4&3\end{bmatrix}$，$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}-1&1\\2&-4\end{bmatrix}$，試求：(a)**AB**，(b)**BA**

(a) $AB=\begin{pmatrix}1&2&-1\\2&0&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&1\\1&3\\2&0\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}1x3+2x^1-1x^2&1x^1+2x^2-1x0\\3x^3+0x^1+2x^2&3x4+0x^3+2x0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&7\\13&3\end{pmatrix}$

(b) $BA=\begin{pmatrix}3&1\\1&3\\2&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&-1\\2&0&2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3x^1+1x^3&3x^2+1x^0&3x(-1)+1x^2\\1x^1+3x^3&1x^2+3x^0&1x(-1)+3x^2\\2x^1+0x^3&2x^2+0x^0&2x(-1)+0x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&6&-1\\10&2&5\\2&4&-2\end{pmatrix}$

分別利用(1)高斯消去法、(2)克拉瑪法則 解下列方程組

5. $\begin{cases}-x_1+x_2+2x_3=2\\3x_1-x_2+x_3=6\\-x_1+3x_2+4x_3=4\end{cases}$，$\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\3&-1&1&6\\-1&3&4&4\end{bmatrix}$

(1) 消去 x_1

① $\begin{cases}-x_1+x_2+x_3=2\cdots L_1\\2x+7x^3=6\cdots L_2\\2x^2+2x^3=2\cdots L_3\end{cases}\begin{bmatrix}1&1&1&2\\0&2&7&12\\0&2&2&2\end{bmatrix}\begin{matrix}3L_1+L_2\\L_3-L_1\end{matrix}$

② 消去 x_2

$\begin{cases}-x1+x2+x3=2\\2x^2+7x^3=12\\-5x^3=-10\end{cases}\begin{bmatrix}-1&1&2&2\\0&2&7&12\\0&0&-5&-15\end{bmatrix}L_3-L_2$

③ 反轉換

得 $x_3=2$，$x_2=-1$　$x_1=1$ 有唯一解

(2) $\begin{pmatrix}-1&1&2\\3&-1&1\\-1&3&4\end{pmatrix}\quad b=\begin{pmatrix}2\\6\\4\end{pmatrix}$

$\det\begin{pmatrix}-1&1&2\\3&-1&1\\-1&3&4\end{pmatrix}=-\begin{vmatrix}-1&1\\3&4\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}3&1\\-1&4\end{vmatrix}+2\begin{vmatrix}3&-1\\-1&3\end{vmatrix}$

$=7-13+16=10$

$x=\frac{1}{26}\begin{vmatrix}16&1&4\\10&2&1\\16&3&3\end{vmatrix}=\frac{1}{26}\left(16\begin{vmatrix}2&1\\3&3\end{vmatrix}-\begin{vmatrix}10&1\\16&3\end{vmatrix}+4\begin{vmatrix}3&2\\1&3\end{vmatrix}\right)$

$=\frac{1}{26}(48-14-18)=1$

$x_2=?$

$x_3=?$