100 出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二甲 學號：9740138 姓名：蔣明祥

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix 逆方陣, $A=[a_{ij}]_{n\times n}$, $B=[b_{ij}]_{n\times n}$ 當 $AB=BA=I_n$ 時A之逆方陣

B. Eigen Value 特徵值：A為n階矩陣為IR中存在一個非零向量

C. Determinant 行列式指一方陣皆可定義一個數與其對應

2. $A=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}$ 則

$$A^T=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\2&-2\end{bmatrix} \quad B^T=\begin{bmatrix}1&1&-2\\0&2&3\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&10\\7&-6\end{bmatrix}$$

$$BA=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&2\\7&2&-2\\7&-4&-10\end{bmatrix}$$

2 試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

$A^2\cdot B^2$ 存在

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix}2&2\\-1&4\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1\\2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{2}{5}&-\frac{1}{5}\\\frac{1}{10}&\frac{1}{5}\end{bmatrix}$ $B^{-1}=$ [無解]

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

令 $y=e^{rx}$

$r^2+4r+4=0$

$(r+2)^2=0$

$r=-2$ (重根)

$y_c=(C_1+C_2x)e^{-2x}$

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$$\begin{cases}2x-3y+z=-1\\-x+y+2z=7\\x\quad\quad+3z=10\end{cases}\quad(30\%)$$

$\begin{bmatrix}2&-3&1\\-1&1&2\\1&0&3\end{bmatrix}$

(a)

$\det(A)=-10$, $A^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{10}&-\frac{9}{10}&\frac{7}{10}\\-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{10}&\frac{3}{10}&\frac{1}{10}\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix}-\frac{3}{10}&-\frac{9}{10}&\frac{7}{10}\\-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{10}&\frac{3}{10}&\frac{1}{10}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\7\\10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$$

(b)

$x_1=\begin{bmatrix}-1&-3&1\\7&1&2\\10&0&3\end{bmatrix}=-10 \div \det(A)=1$

$x_2=\begin{bmatrix}2&-1&1\\-1&7&2\\1&10&3\end{bmatrix}=-20 \div \det(A)=2$

$x_3=\begin{bmatrix}2&-3&-1\\-1&1&7\\1&0&10\end{bmatrix}=-30 \div \det(A)=3$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

-2 $A=\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}\lambda&0\\0&\lambda\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}\lambda-5&2\\-9&\lambda+6\end{bmatrix}$ 代入

$\lambda^2+\lambda-30+18=0$

$\lambda^2+\lambda-12=0$

$(\lambda+4)(\lambda-3)=0$

$\lambda=-4$ or 3

以-4代入

$\begin{bmatrix}\lambda-5&2\\-9&\lambda+6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

$-9x_1+2x_2=0$ → ?

以3代入

$-2x_1+9x_2=0$

$-9x_1+2x_2=0$

$-2x_1+9x_2=0$

$x_2=1$

$x_1=\frac{2}{9}$

$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\9\end{bmatrix}$

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

令 $y=e^{rx}$

$r^2+5r+4=0$

$(r+4)(r+1)=0$

$r=-4$ or -1

$y_c=e^{-4x}+e^{-x}$

$y_p=Ax+B+Ce^{2x}$

$y_p'=A+2Ce^{2x}$

$y_p''=4Ce^{2x}$

$y_p''+5(A+2Ce^{2x})+4(Ax+B+Ce^{2x})=2x$

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二甲 學號：9M40054 姓名：林建豪

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix 逆方陣 $A=[A_{ij}]_{m\times n}$, $B=[B_{ij}]_{n\times m}$, $AB=BA=I_n$

B. Eigen Value 特徵值 A為矩陣，在R中存在一個非零特徵值，在數(a)中為A的特徵值

C. Determinant 行列式 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ 稱為方列式

2. $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ 則

$A^T=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ $B^T=\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -1 & 10 \\ 7 & -6 \end{bmatrix}_{2\times 2}$

$BA=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 7 & 2 & -2 \\ 7 & -4 & -10 \end{bmatrix}_{3\times 3}$

試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

不可以

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$ $B^{-1}=$ 不存在

$A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}\,adjA$ $B^{-1}=\frac{1}{\det(B)}\,adjB$

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

$\Rightarrow r^2+4r+4=0$

$r \quad +2$

$r \quad +2$

$\Rightarrow (r+2)(r+2)=0$

$y=c_1e^{2x}+c_2xe^{2x}$

$8-(-2)$

$=10$

$adjA=\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $B^{-1}=$ ——

$A^{-1}=\frac{1}{10}\cdot\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$2-2=0$

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$\begin{cases} 2x-3y+z=-1 \\ -x+y+2z=7 \\ x+3z=10 \end{cases}$ (30%)

100

(a)

$\det(A)=-10$, $A^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{3}{10} & \frac{9}{10} & \frac{7}{10} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{9}{10} & \frac{7}{10} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} & \frac{1}{10} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(b)

$\det(A)=-10$

$x_1=\frac{1}{-10}\begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \\ 10 & 0 & 3 \end{bmatrix}=1$

$x_2=\frac{1}{-10}\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 7 & 2 \\ 1 & 10 & 3 \end{bmatrix}=2$

$x_3=\frac{1}{-10}\begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ -1 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 10 \end{bmatrix}=3$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

$A=\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \lambda-5 & +2 \\ -9 & \lambda+6 \end{bmatrix}$ 連解

$(\lambda-5)(\lambda+6)+18=0$

$\lambda^2-\lambda-30+18=0$

$\lambda^2-\lambda-12=0$

$(\lambda+3)$

$(\lambda-4)$ $\lambda=-3, 4$

$\lambda=-3$ 代回 $\begin{bmatrix} -8 & 2 \\ -9 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=0$ $x=\begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix}$

$\Rightarrow\begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\lambda=4$ 代回 $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -9 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=0$

$\Rightarrow\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

$\Rightarrow r^2+5r+4=0$

$(r+4)$

$(r+1)$

$r=-4,-1$

$y=c_1e^{-4x}+c_2e^{-x}+\frac{1}{2}x+\frac{1}{10}$

$y=y_c+y_p$

$y_p=Ax+B$

$y'=A$

$y''=0$

$\Rightarrow 0+5A+4(Ax+B)=2x$

$5A+4Ax+4B=2x$

$4B=\frac{1}{10}$

$B=\frac{1}{10}$

$5A+4B=0$

$\frac{5}{2}$

$5A+4A_x+4B=2x$

$4A_p=2x$

$4A=2$

$A=\frac{2}{4}$

$A=\frac{1}{2}$

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二甲 學號：an4o102b 姓名：柯宏武

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix

B. Eigen Value

C. Determinant

2. $A=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}$ 則

$A^T=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\2&-2\end{bmatrix}$ $B^T=\begin{bmatrix}1&1&-2\\0&2&3\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&6\\7&-6\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&2\\7&2&-2\\7&-4&-10\end{bmatrix}$

試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

A^2 存在 B^2 不存在 $A+B$ 不存在

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix}2&2\\-1&4\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1\\2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}4&-2\\1&2\end{bmatrix}$ $B^{-1}=\begin{bmatrix}1&-1\\-2&2\end{bmatrix}$

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

$y^2+4y+4=0$

$y=-2$ (重)

$y=(C_1+C_2x)e^{-2x}$

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$$\begin{cases}2x-3y+z=-1\\-x+y+2z=7\\x+3z=10\end{cases}$$ (30%)

(a) $\det(A)=-10$, $A^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{10}&-\frac{9}{10}&\frac{7}{10}\\-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{10}&-\frac{3}{10}&\frac{1}{10}\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix}-\frac{3}{10}&-\frac{9}{10}&\frac{7}{10}\\-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{10}&-\frac{3}{10}&\frac{1}{10}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\7\\10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\-3\end{bmatrix}$

(b) $\begin{vmatrix}2&-3&1\\-1&1&2\\1&0&3\end{vmatrix}=-10$

$-\frac{1}{10}\begin{vmatrix}-1&-3&1\\7&1&2\\10&0&3\end{vmatrix}=1$ $-\frac{1}{10}\begin{vmatrix}2&-1&-1\\-1&1&7\\1&0&10\end{vmatrix}=-3$

$-\frac{1}{10}\begin{vmatrix}2&-1&1\\-1&7&2\\1&10&3\end{vmatrix}=2$ $\rightarrow\begin{vmatrix}x_1\\y_2\\x_3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1\\2\\-3\end{vmatrix}$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

$A=\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix}\lambda-5&-2\\9&\lambda+6\end{vmatrix}$

$\lambda^2+\lambda-30+18=0$

$\lambda^2+\lambda-12=0$

$\lambda=4,-3$

$\begin{bmatrix}-9&-2\\9&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}$

$-9x_1-2x_2=0$

$9x_1-2x_2=0$

$-9x_1=2x_2$

$9x_1=2x_2$

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

$y^2+5y+4=2x$

$y_c=C_1e^{4x}+C_2e^{1x}$

$y_p=A+Bx+Ce^{4x}$

$y_p'=B+4Ce^{4x}$

$y_p''=16Ce^{4x}$

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二甲 學號：9740104l 姓名：蔡柏棠

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix
逆方陣 $AB=BA=I_n$

B. Eigen Value
特徵解：

C. Determinant
行列式：每一個方陣都有存在的一個解

2. $A=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}$ 則

$A^T=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\2&-2\end{bmatrix}$ $B^T=\begin{bmatrix}1&1&-2\\0&2&3\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&10\\(-1)&-6\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\2&3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&2\\7&2&-2\\(11)&4&(-2)\end{bmatrix}$

試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

$A^2, B^2, A+B$ 全都不存在

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix}2&2\\-1&4\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1\\2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{5}&(\frac{-1}{5})\\(\frac{1}{10})&(\frac{2}{5})\end{bmatrix}$ $B^{-1}=\begin{bmatrix}\text{不}\\\text{存}\\\text{在}\end{bmatrix}$

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

$r^2+4r+4=0$

$r=-2,-2$

$c_1e^{-2x}+c_2e^{-2x}+4=0$

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$$\begin{cases}2x-3y+z=-1\\-x+y+2z=7\\x+3z=10\end{cases}\quad(30\%)$$

(a)

$\det(A)=-4$, $A^{-1}=\begin{bmatrix}-2&\frac{3}{4}&\frac{1}{4}\\\frac{1}{4}&\frac{1}{4}&-2\\\frac{1}{4}&0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix}-2&\frac{3}{4}&\frac{1}{4}\\\frac{1}{4}&\frac{1}{4}&-2\\\frac{1}{4}&0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\7\\10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{10}{4}\\5\\-18\end{bmatrix}$

(b)

$x_1=\dfrac{\begin{bmatrix}-1&-3&1\\7&1&\frac{1}{3}\\10&0&\frac{1}{3}\end{bmatrix}}{-4}=\dfrac{10}{4}$

$x_2=\dfrac{\begin{bmatrix}2&-1&1\\-1&7&\frac{1}{3}\\1&10&\frac{1}{3}\end{bmatrix}}{-4}=5$

$x_3=\dfrac{\begin{bmatrix}2&3&-1\\-1&1&7\\1&0&10\end{bmatrix}}{-4}=-18$

$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{10}{4}\\5\\-18\end{bmatrix}$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

$A=\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}\lambda&0\\0&\lambda\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}\lambda-5&2\\-9&\lambda+6\end{bmatrix}$

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

$r^2+5r+4=2x$

$r=-1,-4$

$c_1e^{-x}+c_2e^{-4x}+4=2x$

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二甲 學號：97401017 姓名：陳建宏

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix

B. Eigen Value

C. Determinant

2. $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 3 & 0 & -2\end{bmatrix}$ $,B=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\\ -2 & 3\end{bmatrix}$ 則

$A^T=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 0\\ 2 & -2\end{bmatrix}$ $B^T=\begin{bmatrix}1 & 1 & -2\\ 0 & 2 & 3\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 3 & 0 & -2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\\ -2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 10\\ 7 & -6\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\\ -2 & 3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 3 & 0 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 7 & 2 & -2\\ 7 & 4 & -10\end{bmatrix}$

試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

$A^2, B^2, A+B$ 皆不存在

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ -1 & 4\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}4 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ $B^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -2 & 2\end{bmatrix}$

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

$y'+4y+4=0$

$y+4=4$

$y=0$

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$$\begin{cases}2x-3y+z=-1\\ -x+y+2z=7\\ x\quad\ +3z=10\end{cases}$$ (30%)

(a)

$\det(A)=$, $A^{-1}=\begin{bmatrix}\ \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix}\ \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\ 7\\ 10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\ \end{bmatrix}$

(b)

$x_1=\dfrac{\begin{bmatrix}-1 & -3 & 1\\ 7 & 1 & 2\\ 10 & 0 & 3\end{bmatrix}}{3}=\dfrac{\ }{3}$

$x_2=\dfrac{\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\ -1 & 7 & 2\\ 1 & 10 & 3\end{bmatrix}}{3}=$

$x_3=\dfrac{\begin{bmatrix}2 & -3 & -1\\ -1 & 1 & 7\\ 1 & 0 & 10\end{bmatrix}}{3}=$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

$A=\begin{bmatrix}5 & -2\\ 9 & -6\end{bmatrix}$

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

$y'+5y+4=2$

$y+5=6$

$y=1$

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二甲 學號：9740108 姓名：[illegible]

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix 線性方程式

B. Eigen Value

C. Determinant

2. $A=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}$ $,B=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}$ 則

$A^T=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\1&-2\end{bmatrix}$ $B^T=\begin{bmatrix}0&2&3\\1&1&-2\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\1&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}0&2&3\\1&1&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&5&-7\\0&4&6\\-2&-2&7\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}0&2&3\\1&1&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\1&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7&2&2\\4&5&-7\end{bmatrix}$

試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

是 否

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix}2&2\\-1&4\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1\\2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{2}{6}&\frac{-1}{6}\\\frac{1}{6}&\frac{4}{6}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&\frac{-1}{6}\\\frac{1}{6}&\frac{2}{3}\end{bmatrix}$ $B^{-1}=$ 無解 不存在

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

$=r^2+4r+4=0$

$=(r+2)$

$\Rightarrow r=-2$

$y_c=-2^2+4(-2)^1+4(-2)$

$=4+(-8)+(-8)=-12$

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$\begin{cases}2x-3y+z=-1\\-x+y+2z=7\\x+3z=10\end{cases}$ (30%) $\begin{bmatrix}2&-3&1\\-1&1&2\\1&0&3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\7\\10\end{bmatrix}$

(a)

$\det(A)=-10$ $,A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{3}{10}&\frac{3}{10}&\frac{1}{10}\\\frac{-9}{10}&\frac{5}{10}&\frac{-3}{10}\\\frac{9}{10}&\frac{5}{10}&\frac{5}{10}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{3}{10}&\frac{-1}{2}&\frac{1}{10}\\\frac{9}{10}&\frac{-1}{2}&\frac{3}{10}\\\frac{9}{10}&\frac{-1}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix}\frac{3}{10}&\frac{-1}{2}&\frac{1}{10}\\\frac{9}{10}&\frac{-1}{2}&\frac{3}{10}\\\frac{9}{10}&\frac{-1}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\7\\10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$

(b)

$x_1=\begin{bmatrix}-1&-3&1\\7&1&2\\10&0&3\end{bmatrix}=-10$

$x_2=\begin{bmatrix}2&-1&1\\-1&7&2\\1&10&3\end{bmatrix}=-20$

$x_3=\begin{bmatrix}2&-3&-1\\-1&1&7\\1&0&10\end{bmatrix}=-30$

$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-10\\-20\\-30\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

$A=\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

$r^2+5r+4=0 \Rightarrow$

$=(r+1)(r+4)$

$\Rightarrow r=-1$ or -4

86 出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 九十八學年度第一學期 班級：機二甲 科目： 工程數學 (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二甲 學號：97x0005 姓名：柯政男

1.名詞解釋(15%)

A. Inverse Matrix 逆方陣

$B=A=I_n$

則B為A的逆方陣

B. Eigen Value 特徵(合宜) -9

C. Determinant 行列式

每一方陣

2. $A=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}$ $,B=\begin{bmatrix}1&0\\1&2\\-2&3\end{bmatrix}$ 則

$A^T=\begin{bmatrix}1&3\\2&0\\2&-2\end{bmatrix}$ $B^T=\begin{bmatrix}1&1&-2\\0&2&3\end{bmatrix}$ -8

$AB=\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&0\\2&2\\-2&3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1)&10\\7&-6\end{bmatrix}$ 1+4-4, 0+2+6, 3+0+0-4, 0+0+-6

$BA=\begin{bmatrix}1&0\\2&2\\-2&3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1&2&2\\3&0&-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&2&2\\(8)&(4)&(0)\\7&-11&(2)\end{bmatrix}$

試問 $A^2, B^2, A+B$ 存在否？(15%)

3.試求下列方陣之逆方陣？(10%)

$A=\begin{bmatrix}2&2\\-1&4\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1\\2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{2}{5}&\frac{1}{5}\\\frac{1}{10}&\frac{1}{5}\end{bmatrix}$ $B^{-1}=$ [無解]

8+2=10

4. 解 $y''+4y'+4y=0$ (10%)

$r^2+4r+4=0$

$(r+2)(r+2)$

$r=-2,-2$

2) $(C_1+C_2x)e^{-2x}$ #7

5.試分別以（a）反矩陣與（b）克雷莫法則求解

$\begin{cases}2x-3y+z=-1\\-x+y+2z=7\\x+3z=10\end{cases}$ (30%)

$|A|=6+0+(-6)-1-9=-10$

(a)

$\det(A)=-10$ $,A^{-1}=\begin{bmatrix}-0.3&-0.9&0.7\\-0.5&-0.5&0.5\\0.1&-0.3&0.1\end{bmatrix}$ $\begin{matrix}a_{11}\\a_{12}\\a_{13}\end{matrix}$

$\begin{matrix}2&-3&1\\-1&1&2\\1&0&3\end{matrix}$ -10

$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=A^{-1}\cdot C=\begin{bmatrix}-0.3&-0.9&0.7\\-0.5&-0.5&0.5\\0.1&-0.3&0.1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1\\7\\10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$

(b)

$x=\frac{1}{-10}\begin{bmatrix}-1&-3&1\\7&1&2\\10&0&3\end{bmatrix}=1$

$y=\frac{1}{-10}\begin{bmatrix}2&-1&1\\-1&7&2\\1&10&3\end{bmatrix}=2$

$z=\frac{1}{-10}\begin{bmatrix}2&-3&-1\\-1&1&7\\1&0&10\end{bmatrix}=3$

6.試求下列矩陣之特徵值及特徵向量 (15%)

$A=\begin{bmatrix}5&-2\\9&-6\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}\lambda-5&+2\\-9&\lambda+6\end{bmatrix}$

$(\lambda-5)(\lambda+6)+18=0$

$=\lambda^2-5\lambda+6\lambda-30+18=0$

$=\lambda^2+\lambda-12=0$

$\lambda=3,-4$

$\lambda=3$

$-2x_1+2x_2=0$

$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+6\\-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\+1\end{bmatrix}$ #

$\lambda=-4$

$-9x_1+2x=\begin{bmatrix}2\\9\end{bmatrix}$ #

7. 解 $y''+5y'+4y=2x$ (15%)

$r^2+5r+4=0$

$(r+1)(r+4)=0$

$r=-1,-4$