100 學年度第一學期期末考(A 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳貴炫　學號：10060005

一、求矩陣相加減之值？(10%)

(1)若 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ 求(a) 4A-3B 爲何？ (b) 2A+4B 爲何？

(a) $4A=\begin{bmatrix}4 & -8\\ 0 & 8\end{bmatrix}$

$3B=\begin{bmatrix}6 & 0\\ 3 & -9\end{bmatrix}$

$4A-3B=\begin{bmatrix}-2 & -8\\ -3 & 17\end{bmatrix}$ ※

(b) $2A=\begin{bmatrix}2 & -4\\ 0 & 4\end{bmatrix}$

$4B=\begin{bmatrix}8 & 0\\ 4 & -12\end{bmatrix}$

$2A+4B=\begin{bmatrix}10 & -4\\ 4 & -8\end{bmatrix}$ ※

二、求矩陣相乘之值？(10%)

(1)若 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}$ 求(a)AB 之值爲何？ (b)BA 之值爲何？

(a) $AB=\begin{bmatrix}1\times2+(-2) & 1\times3+4 & -6\\ 2 & -4 & 6\end{bmatrix}$

$\therefore AB=\begin{bmatrix}0 & 7 & -6\\ 2 & -4 & 6\end{bmatrix}$ ※

(b) B之行數＝3 ≠ A之列數

∴BA無法相乘

三、求下列行列式值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$　(2) $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\ 1 & -2 & 0\\ 4 & 1 & 1\end{bmatrix}$

(1) $3-(-2)\times4=11$ ※

(2) $-4+1+8-3=2$ ※

四、$A=\begin{bmatrix}1+i & -1\\ 2i & 3-4i\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & 1+i\\ 1-i & 4\end{bmatrix}$ 求(A+B)* 之值？

$A+B=\begin{bmatrix}3+i & i\\ 1+i & 7-4i\end{bmatrix}$

$\therefore (A+B)^{*}=\begin{bmatrix}3-i & 1-i\\ -i & 7+4i\end{bmatrix}$ ※

五、若 $A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 2 & 3 & -2\\ 1 & 0 & 4\end{bmatrix}$ 求(a)A 的餘因子矩陣？ (b)$|A|$之值？ (c)adj(A)？ (e)A^{-1}？

Sol:

$\Delta_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}3 & -2\\ 0 & 4\end{vmatrix}=12$

$\Delta_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & -2\\ 1 & 4\end{vmatrix}=10$

$\Delta_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\end{vmatrix}=-3$

$\Delta_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 0 & 4\end{vmatrix}=4$

$\Delta_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{vmatrix}=5$

$\Delta_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=1$

$\Delta_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}=-7$

$\Delta_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 2 & -2\end{vmatrix}=10$

$\Delta_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=8$

(a) $[\Delta ij]=\begin{bmatrix}12 & -10 & -3\\ 4 & 5 & 1\\ -7 & 10 & 8\end{bmatrix}$ ※

(b) $|A|=26-1=25$ ※

(c) $adj(A)=\begin{bmatrix}12 & 4 & -7\\ -10 & 5 & 10\\ -3 & -1 & 8\end{bmatrix}$ ※

(d) $A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|}=\frac{1}{25}\begin{bmatrix}12 & 4 & -7\\ -10 & 5 & 10\\ -3 & -1 & 8\end{bmatrix}$ ※

100 學年度第一學期期末考(A 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳貴炫　學號：10060005

六、$A=\begin{bmatrix}1&0&0&4\\3&4&-1&-2\\0&-1&3&2\\5&0&4&-4\end{bmatrix}$ 利用餘因子求行列式之值？

Sol: $|A| = |\Delta 11| + 0\Delta 12 + 0\Delta 13 + 4\Delta 14$

$= 1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}4&-1&-2\\-1&3&2\\0&4&-4\end{vmatrix} + 4(-1)^{1+4}\begin{vmatrix}3&4&-1\\0&-1&3\\5&0&4\end{vmatrix}$

$= -68 + (-4)\cdot 43 = -240$ ※

七、求下列矩陣階數？

(a) $\begin{bmatrix}0.5&-i\\5&2\\7&3\\0&2\end{bmatrix}$ = 4×2 (b) $[5\quad 4+i]$ = 1×2 (c) $\begin{bmatrix}5\\2.3\\4\\5\end{bmatrix}$ = 4×1 (d) $\begin{bmatrix}4&3&0.8&2+i\\-1&0&0&8\end{bmatrix}$ = 2×4

八、若 $A=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{-\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$ (a)求 A 是否正交矩陣？ (b)求 A^{-1}

(a) $A^T=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&-\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$

$A\cdot A^T=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$ Ans: 是 ※

(b) $\Delta 11 = (-1)^{1+1}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Delta 12 = (-1)^{1+2}\cdot\frac{-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Delta 21 = (-1)^{2+1}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Delta 22 = (-1)^{2+2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$[\Delta ij] = \begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\\-\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$

$adj(A)=[\Delta ij]^T = \begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&-\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|} = \begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&-\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$ ※

九、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}1&-2\\4&3\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

$H_{2(-4)}$ $\begin{bmatrix}1&-2&1&0\\0&11&-4&1\end{bmatrix}$

$H_{2(\frac{1}{11})}$ $\begin{bmatrix}1&-2&1&0\\0&1&-\frac{4}{11}&\frac{1}{11}\end{bmatrix}$

$H_{12(2)}$ $\begin{bmatrix}1&0&\frac{3}{11}&\frac{2}{11}\\0&1&-\frac{4}{11}&\frac{1}{11}\end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{3}{11}&\frac{2}{11}\\-\frac{4}{11}&\frac{1}{11}\end{bmatrix} = \frac{1}{11}\begin{bmatrix}3&2\\-4&1\end{bmatrix}$ ※

十、利用分割矩陣求 B^{-1}？

$B=\begin{bmatrix}1&2&0\\-3&2&2\\2&1&1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$

$H_{21(3)}$ $H_{31(-2)}$ $\begin{bmatrix}1&2&0&1&0&0\\0&8&2&3&1&0\\0&-3&1&-2&0&1\end{bmatrix}$

$H_{2(\frac{1}{8})}$ $\begin{bmatrix}1&2&0&1&0&0\\0&1&\frac{1}{4}&\frac{3}{8}&\frac{1}{8}&0\\0&-3&1&-2&0&1\end{bmatrix}$

$H_{32(3)}$ $H_{12(-2)}$ $\begin{bmatrix}1&0&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{4}&0\\0&1&\frac{1}{4}&\frac{3}{8}&\frac{1}{8}&0\\0&0&\frac{7}{4}&-\frac{7}{8}&\frac{3}{8}&1\end{bmatrix}$

$H_{3(\frac{4}{7})}$ $\begin{bmatrix}1&0&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{4}&0\\0&1&\frac{1}{4}&\frac{3}{8}&\frac{1}{8}&0\\0&0&1&-\frac{1}{2}&\frac{3}{14}&\frac{4}{7}\end{bmatrix}$

$H_{23(\frac{1}{4})}$ $H_{13(\frac{1}{2})}$ $\begin{bmatrix}1&0&0&0&-\frac{1}{7}&\frac{2}{7}\\0&1&0&\frac{1}{2}&\frac{1}{14}&-\frac{1}{7}\\0&0&1&-\frac{1}{2}&\frac{3}{14}&\frac{4}{7}\end{bmatrix}$

$\therefore A^{-1}=\begin{bmatrix}0&-\frac{1}{7}&\frac{2}{7}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{14}&-\frac{1}{7}\\-\frac{1}{2}&\frac{3}{14}&\frac{4}{7}\end{bmatrix} = \frac{1}{14}\begin{bmatrix}0&-2&4\\7&1&-2\\-7&3&8\end{bmatrix}$ ※

100 學年度第一學期期末考(B 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳建銘　學號：10060l001

一、求下列行列式之值？

(a)$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ (b) $B=\begin{bmatrix}3 & 0 & 4\\ -2 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$

(a) $\begin{vmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{vmatrix} = 0+3=3$ #

(b) $=-12-8-3=-23$ #

二、求下列矩陣階數爲何？

$\begin{bmatrix}2+i\\ 0.2\\ 0\\ 49\end{bmatrix}$ = 4×1 $[1 \quad 0.5]$ = 1×2 $\begin{bmatrix}-2 & 0 & 23 & 1+i & 2\\ 2 & -i & 8 & 5 & -i\\ 0 & 0.8 & 2 & 7.2 & 5+i\end{bmatrix}$ = 3×5 $\begin{bmatrix}2 & 5 & 0\\ 4 & 8 & 9\end{bmatrix}$ = 2×3

三、若 $A=\begin{bmatrix}\sqrt{3}/2 & -i/2\\ i/2 & -\sqrt{3}/2\end{bmatrix}$ (a)求 A 是否爲單位矩陣？ (b)求 A^{-1}？

(a) 否 #

∵ $A^*=A^{-1}$

∴ 爲單一矩陣

(b) $A^{-1}=\frac{1}{|A|}adj(A)=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix}\frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{i}{2}\\ -\frac{i}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$ #

亦 $\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-i}{2}\\ \frac{i}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$ #

四、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

$\left|\begin{matrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{matrix}\middle|\begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{matrix}\right| \xrightarrow{H_{2(3)}(1)} \left|\begin{matrix}2 & 3\\ 0 & 3\end{matrix}\middle|\begin{matrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{matrix}\right| \xrightarrow{H_{1,2}(-1)} \left[\begin{matrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{matrix}\middle|\begin{matrix}0 & -2\\ 1 & 2\end{matrix}\right] \xrightarrow{H_{1\times\frac{1}{2}},\ H_{2\times\frac{1}{3}}}$

$\left[\begin{matrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{matrix}\middle|\begin{matrix}0 & -1\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{matrix}\right]$, ∴ $A^{-1}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$ #

五、利用餘因子求行列式之值？

$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 2 & 3\\ 1 & 6 & 4 & -2\end{bmatrix}$

$= 1\times\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 2 & 3\\ 6 & 4 & -2\end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & 4 & -2\end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 0 & -1 & 3\\ 1 & 6 & -2\end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 2\\ 1 & 6 & 4\end{bmatrix}$

$= -24-2\times(-2)+3(4)-4\cdot(2)$

$= -24+4+12-8$

$= -16$ #

100 學年度第一學期期末考(B 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳建銘　學號：10601057

六、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$$A=\begin{bmatrix}1&2&4\\-1&0&3\\3&1&-2\end{bmatrix}\Rightarrow\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&2&4&1&0&0\\-1&0&3&0&1&0\\3&1&-2&0&0&1\end{array}\right]\xrightarrow[H_{3,2(3)}]{H_{2,1(1)}}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&2&4&1&0&0\\0&2&7&1&1&0\\0&1&7&0&3&1\end{array}\right]\xrightarrow[H_{3,2(\frac{-1}{5})}]{H_{1,2(-1)}}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&-3&0&-1&0\\0&2&7&1&1&0\\0&0&\frac{7}{2}&-\frac{1}{2}&-\frac{5}{2}&1\end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{H_{3(2)}}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&-3&0&-1&0\\0&2&7&1&1&0\\0&0&7&-1&-5&2\end{array}\right]\xrightarrow[H_{1,3(\frac{3}{7})}]{H_{2,3(-1)}}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&-\frac{3}{7}&\frac{8}{7}&\frac{6}{7}\\0&2&0&2&-4&-2\\0&0&7&-1&5&2\end{array}\right]\xrightarrow[H_{3(\frac{1}{7})}]{H_{2(\frac{1}{2})}}\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&-\frac{3}{7}&\frac{8}{7}&\frac{6}{7}\\0&1&0&1&-2&-1\\0&0&1&-\frac{1}{7}&\frac{5}{7}&\frac{2}{7}\end{array}\right]$$

$\therefore A^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{7}&\frac{8}{7}&\frac{6}{7}\\1&-2&-1\\-\frac{1}{7}&\frac{5}{7}&\frac{2}{7}\end{bmatrix}$ #

七、若 $A=\begin{bmatrix}3&-2&6\\0&1&4\\7&8&5\end{bmatrix}$ 求(a)A 的餘因子矩陣？(b)$|A|$？(c)adj(A)？ (d)A^{-1}？

$$\text{adj}(A)=\begin{bmatrix}-27&58&-14\\28&28&-12\\-7&-38&3\end{bmatrix}$$

(b) $|A|=(15-56-42-96)=-179$

(d) $A^{-1}=\frac{1}{-179}\begin{bmatrix}-27&58&-14\\28&28&-12\\-7&-38&3\end{bmatrix}$

(a) 餘因子矩陣

$\Delta_{11}=-27$　$\Delta_{12}=28$　$\Delta_{13}=-7$

$\Delta_{21}=58$　$\Delta_{22}=28$　$\Delta_{23}=-38$

$\Delta_{31}=-14$　$\Delta_{32}=-12$　$\Delta_{33}=3$

八、$A=\begin{bmatrix}1+i&-1\\2i&3-4i\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1+i\\1-i&4\end{bmatrix}$ 求 A^*+B^* ？

$A^*=\overline{A^T}=\begin{bmatrix}1-i&-2i\\-1&3+4i\end{bmatrix}$

$B^*=\overline{B^T}=\begin{bmatrix}2&1+i\\1-i&4\end{bmatrix}$

$\therefore A^*+B^*=\begin{bmatrix}3-i&1-i\\-i&7+4i\end{bmatrix}$ #

九、若 $A=\begin{bmatrix}-1&-2\\4&0\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2&0\\3&-3\end{bmatrix}$ 求(a) 4A-2B 爲何？ (b) 2A+3B 爲何？

(a) $4A-2B=\begin{bmatrix}-4&-8\\16&0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4&0\\6&-6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-8&-8\\10&6\end{bmatrix}$ #

(b) $2A+3B=\begin{bmatrix}-2&-4\\8&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}6&0\\9&-9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4&-4\\17&-9\end{bmatrix}$ #

十、若 $A=\begin{bmatrix}5&1\\0&2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}-2&3&0\\2&-2&3\end{bmatrix}$ 求(a)AB 之值爲何？ (b)BA 之值爲何？

(a) $A\cdot B=\begin{bmatrix}-8&13&3\\4&-4&6\end{bmatrix}$ #

(b) $B\cdot A$：無法相乘

100 學年度第一學期期末考(B 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：柯孟男　學號：10060101

一、求下列行列式之值？

(a) $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$　(b) $B=\begin{bmatrix}3 & 0 & 4\\ -2 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$

77

(a) $|A|=0-(-3)$
$=3$ #

(b) $|B|=-12+(-8)+0-0\to-0$
$=-23$ #

二、求下列矩陣階數爲何？

$\begin{bmatrix}2+i\\ 0.2\\ 0\\ 49\end{bmatrix}$ = 4×1　$[1 \quad 0.5]$ = 1×2　$\begin{bmatrix}-2 & 0 & 23 & 1+i & 2\\ 2 & -i & 8 & 5 & -i\\ 0 & 0.8 & 2 & 7.2 & 5+i\end{bmatrix}$ = 3×5　$\begin{bmatrix}2 & 5 & 0\\ 4 & 8 & 9\end{bmatrix}$ = 2×3

三、若 $A=\begin{bmatrix}\sqrt{3}/2 & -i/2\\ i/2 & -\sqrt{3}/2\end{bmatrix}$ (a)求 A 是否爲單位矩陣？ (b)求 A^{-1}？

Sol:

$A^*=\begin{bmatrix}-\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$

$AA^*=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}-\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{3}}{2}\times-\frac{\sqrt{3}}{2}+-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\times-\frac{1}{2}+-\frac{1}{2}\times-\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{2}\times-\frac{\sqrt{3}}{2}+(-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}) & \frac{1}{2}\times-\frac{1}{2}+-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{3}{4}+-\frac{1}{4} & \\ -\frac{\sqrt{3}}{4}+-\frac{3}{4} & \end{bmatrix}$

四、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

$H_1(\frac{1}{2})\to\begin{bmatrix}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$　$H_{12}(\frac{3}{2})\to\begin{bmatrix}1 & 0 & -0 & -1\\ 0 & 1 & \frac{2}{6} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$

Sol: $|A|=3$

$\because |A|=3\neq0$, A^{-1} 存在。$H_{21}(1)\to\begin{bmatrix}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}$

則 $A^{-1}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ \frac{2}{6} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$ #

$[A/I]\to[I/A^{-1}]$

$\begin{bmatrix}2 & 3 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$　$H_2(\frac{2}{3})\to\begin{bmatrix}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & 1 & \frac{2}{6} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$

五、利用餘因子求行列式之值？

$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 2 & 3\\ 1 & 6 & 4 & -2\end{bmatrix}$

Sol: $|B|=0\triangle_{21}+1\triangle_{22}+0\triangle_{23}+1\triangle_{24}$

$=0+1\cdot(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}1 & 3 & 4\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & 4 & -2\end{vmatrix}+0+1\cdot(-1)^{2+4}\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & -1 & 2\\ 1 & 6 & 4\end{vmatrix}$

D

$=0+1(-4+0+9-8-12-0)+0+1(-4+0+4-(-3)-12-0$

$=0-15+0-9$

$=-24$ #

100 學年度第一學期期末考(B 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：柯孟男　學號：10060010

六、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}1&2&4\\-1&0&3\\3&1&-2\end{bmatrix}$

Sol: $|A|=0+(-4)+18-0-14$

$=7$

$\because |A|=7\neq 0$, A^{-1}存在

$[A/I]\to[I/A^{-1}]$

$\begin{bmatrix}1&2&4&|&1&0&0\\-1&0&3&|&0&1&0\\3&1&-2&|&0&0&1\end{bmatrix}$ $H_{31(-3)}$ $\begin{bmatrix}1&2&4&|&1&0&0\\0&2&7&|&1&1&0\\0&-5&-14&|&-3&0&1\end{bmatrix}$

$H_{2(\frac{1}{2})}$ $\begin{bmatrix}1&2&4&|&1&0&0\\0&1&\frac{7}{2}&|&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&0\\0&-5&-14&|&-3&0&1\end{bmatrix}$

$H_{21(-2)}$ $\begin{bmatrix}1&2&4&|&1&0&0\\0&1&\frac{7}{2}&|&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&0\\3&1&-2&|&0&0&1\end{bmatrix}$ $H_{32(5)}$ $\begin{bmatrix}1&2&4&|&1&0&0\\0&1&\frac{7}{2}&|&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&0\\0&0&&|&&&\end{bmatrix}$

七、若 $A=\begin{bmatrix}3&-2&6\\0&1&4\\7&8&5\end{bmatrix}$ 求(a)A 的餘因子矩陣？(b)$|A|$？(c)adj(A)？ (d)A^{-1}？

Sol: (a)

(b) $|A|=15+0+(-56)-42-96-0$

$=-179$ #

(c) $\triangle_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1&4\\8&5\end{vmatrix}=-27$　$\triangle_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}3&-2\\7&8\end{vmatrix}=-38$

$\therefore \triangle_{ij}=\begin{bmatrix}-27&28&7\\58&-27&38\\14&12&3\end{bmatrix}$

$\triangle_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}0&4\\7&5\end{vmatrix}=28$　$\triangle_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}-2&6\\1&4\end{vmatrix}=14$

$\triangle_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}0&1\\7&8\end{vmatrix}=7$　$\triangle_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}3&6\\0&4\end{vmatrix}=12$

$\triangle_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}-2&6\\8&5\end{vmatrix}=58$

$\triangle_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}3&6\\7&5\end{vmatrix}=-27$　$\triangle_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3&-2\\0&1\end{vmatrix}=3$

$\Rightarrow adj(A)=[\triangle_{ij}]^T=\begin{bmatrix}-27&58&14\\28&-27&12\\7&38&3\end{bmatrix}$ #

八、$A=\begin{bmatrix}1+i&-1\\2i&3-4i\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1+i\\1-i&4\end{bmatrix}$ 求 A^*+B^* ？

Sol: $A^*=\begin{bmatrix}1-i&-2i\\-1&3+4i\end{bmatrix}$ $B^*=\begin{bmatrix}2&1+i\\1-i&4\end{bmatrix}$

$A^*+B^*=\begin{bmatrix}3-i&1-i\\-i&7+4i\end{bmatrix}$ #

九、若 $A=\begin{bmatrix}-1&-2\\4&0\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2&0\\3&-3\end{bmatrix}$ 求(a) 4A-2B 爲何？ (b) 2A+3B 爲何？

Sol: (a)

$4A=\begin{bmatrix}-4&-8\\16&0\end{bmatrix}$　$2B=\begin{bmatrix}4&0\\6&-6\end{bmatrix}$

$4A-2B=\begin{bmatrix}-8&-8\\10&6\end{bmatrix}$ #

(b) $2A=\begin{bmatrix}-2&-4\\8&0\end{bmatrix}$, $3B=\begin{bmatrix}6&0\\9&-9\end{bmatrix}$

$2A+3B=\begin{bmatrix}4&-4\\17&-9\end{bmatrix}$ #

十、若 $A=\begin{bmatrix}5&1\\0&2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-2&3&0\\2&-2&3\end{bmatrix}$ 求(a)AB 之值爲何？ (b)BA 之值爲何？

Sol:

(a) $AB=\begin{bmatrix}5\times-2+1\times2&5\times3+1\times(-2)&5\times0+1\times3\\0\times-2+2\times2&0\times3+2\times-2&0\times0+2\times3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-12&13&3\\4&-4&6\end{bmatrix}$ #

(b) $\because$ B 之行數＝A 之列數，$\therefore$ BA 可相乘。

100 學年度第一學期期末考(B 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：王小明　學號：1366007

一、求下列行列式之值？

(a)$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ (b) $B=\begin{bmatrix}3 & 0 & 4\\ -2 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{bmatrix}$

(a) $|A| = \det(A) = 0 - (-3) = 3$ #.

$|B| = \det(B) = -12 + (-8) - 3 = -23$ #.

10

二、求下列矩陣階數爲何？

$\begin{bmatrix}2+i\\ 0.2\\ 0\\ 49\end{bmatrix}$ = 4×1 $[1 \quad 0.5]$ = 1×2 $\begin{bmatrix}-2 & 0 & 23 & 1+i & 2\\ 2 & -i & 8 & 5 & -i\\ 0 & 0.8 & 2 & 7.2 & 5+i\end{bmatrix}$ = 3×5 $\begin{bmatrix}2 & 5 & 0\\ 4 & 8 & 9\end{bmatrix}$ = 2×3

三、若 $A=\begin{bmatrix}\sqrt{3}/2 & -i/2\\ i/2 & -\sqrt{3}/2\end{bmatrix}$ (a)求 A 是否爲單位矩陣？ (b)求 A^{-1}？

(a) 單位矩陣 $I_n = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

Ans: A 不是單位矩陣 #.

四、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

$\left[\begin{array}{cc|cc}2 & 3 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right] \xrightarrow{H_1(\frac{1}{2})} \left[\begin{array}{cc|cc}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ -1 & 0 & 0 & 1\end{array}\right] \xrightarrow{H_{2,(1)}} \left[\begin{array}{cc|cc}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1\end{array}\right]$

$\xrightarrow{H_2(\frac{2}{3})} \left[\begin{array}{cc|cc}1 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{array}\right] \xrightarrow{H_{12}(-\frac{3}{2})} \left[\begin{array}{cc|cc}1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{array}\right]$

$A^{-1} = \begin{bmatrix}0 & -1\\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3}\end{bmatrix}$ #.

10

五、利用餘因子求行列式之值？

$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 2 & 3\\ 1 & 6 & 4 & -2\end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(B 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：王仁佑　學號：1006006

六、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}1&2&4\\-1&0&3\\3&1&-2\end{bmatrix}$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&2&4&1&0&0\\-1&0&3&0&1&0\\3&1&-2&0&0&1\end{array}\right] \xrightarrow[H_{31}(-3)]{H_{21}(1)} \left[\begin{array}{ccc|ccc}1&2&4&1&0&0\\0&2&7&1&1&0\\0&-5&-14&-3&0&1\end{array}\right] \xrightarrow{H_2(\frac{1}{2})} \left[\begin{array}{ccc|ccc}1&2&4&1&0&0\\0&1&\frac{7}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&0\\0&-5&-14&-3&0&1\end{array}\right]$

(d) $A^{-1}=\frac{\text{adj}(A)}{|A|}$

$=-\frac{1}{179}\begin{bmatrix}-27&58&-14\\28&-27&-12\\-7&-38&7\end{bmatrix}$ 共.

七、若 $A=\begin{bmatrix}3&-2&6\\0&1&4\\7&8&5\end{bmatrix}$ 求(a)A 的餘因子矩陣？(b)$|A|$？(c)adj(A)？(d)A^{-1}？

(b) $|A|=15+(-56)-42-96=-179$ 共.

$\because |A|=-179\neq 0$，A^{-1} 存在

(c)

$\Delta_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1&4\\8&5\end{vmatrix}=-27$

$\Delta_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}0&4\\7&5\end{vmatrix}=28$

$\Delta_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}0&1\\7&8\end{vmatrix}=-7$

$\Delta_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}-2&6\\8&5\end{vmatrix}=58$　$\Delta_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}3&6\\7&5\end{vmatrix}=-27$　$\Delta_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}3&-2\\7&8\end{vmatrix}=-38$

$\Delta_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}-2&6\\1&4\end{vmatrix}=-14$　$\Delta_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}3&6\\0&4\end{vmatrix}=-12$　$\Delta_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3&-2\\0&1\end{vmatrix}=3$

(a) $|A|=\begin{vmatrix}3&-2&6\\0&1&4\\7&8&5\end{vmatrix}$

$\Rightarrow M_{13}\begin{vmatrix}0&1\\7&8\end{vmatrix}$

$\Delta_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}0&1\\7&8\end{vmatrix}=(-1)^4\begin{vmatrix}0&1\\7&8\end{vmatrix}=1(0-7)=-7$ 共

$[\Delta_{ij}]=\begin{bmatrix}\Delta_{11}&\Delta_{12}&\Delta_{13}\\\Delta_{21}&\Delta_{22}&\Delta_{23}\\\Delta_{31}&\Delta_{32}&\Delta_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-27&28&-7\\58&-27&-38\\-14&-12&3\end{bmatrix}$

$\text{adj}(A)=[\Delta_{ij}]^T=\begin{bmatrix}-27&58&-14\\28&-27&-12\\-7&-38&3\end{bmatrix}$ 共.

八、$A=\begin{bmatrix}1+i&-1\\2i&3-4i\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2&1+i\\1-i&4\end{bmatrix}$ 求 A^*+B^* ？

$A^*=\begin{bmatrix}1-i&-2i\\-1&3+4i\end{bmatrix}$　$B^*=\begin{bmatrix}2&1+i\\1-i&4\end{bmatrix}$

$A^*+B^*=\begin{bmatrix}3-i&1-i\\-1&7+4i\end{bmatrix}$ 共.

九、若 $A=\begin{bmatrix}-1&-2\\4&0\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2&0\\3&-3\end{bmatrix}$ 求(a) 4A-2B 爲何？ (b) 2A+3B 爲何？

(a) $4A=\begin{bmatrix}-4&-8\\16&0\end{bmatrix}$　$2B=\begin{bmatrix}4&0\\6&-6\end{bmatrix}$

$4A-2B=\begin{bmatrix}-8&-8\\10&6\end{bmatrix}$ 共

(b) $2A=\begin{bmatrix}-2&-4\\8&0\end{bmatrix}$　$3B=\begin{bmatrix}6&0\\9&-9\end{bmatrix}$

$2A+3B=\begin{bmatrix}4&-4\\17&-9\end{bmatrix}$ 共.

十、若 $A=\begin{bmatrix}5&1\\0&2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}-2&3&0\\2&-2&3\end{bmatrix}$ 求(a)AB 之值爲何？ (b)BA 之值爲何？

(a) $AB=\begin{bmatrix}-10+2&15-2&0+3\\0+4&0+(-4)&0+6\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}-8&13&3\\4&-4&6\end{bmatrix}$ 共

(b) $B=\begin{bmatrix}-2&3&0\\2&-2&3\end{bmatrix}$　$A=\begin{bmatrix}5&1\\0&2\end{bmatrix}$

$BA=\begin{bmatrix}-10&$

100 學年度第一學期期末考(A 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：李振宇　學號：10660103

一、求矩陣相加減之值？(10%)

(1)若 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ 求(a) 4A-3B 爲何？ (b) 2A+4B 爲何？

(a) $A=\begin{Bmatrix}4 & -8\\ 0 & 8\end{Bmatrix}$ $B=\begin{Bmatrix}6 & 0\\ 3 & -9\end{Bmatrix}$

$4A-3B=\begin{Bmatrix}4-6 & -8-0\\ 0-3 & 8-9\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-2 & -8\\ -3 & -1\end{Bmatrix}$ #

(b) $2A=\begin{Bmatrix}2 & -4\\ 0 & 4\end{Bmatrix}$ $4B=\begin{Bmatrix}8 & 0\\ 4 & -12\end{Bmatrix}$

$2A+4B=\begin{Bmatrix}2+8 & -4+0\\ 0+4 & 4+(-12)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}10 & -4\\ 4 & -8\end{Bmatrix}$ #

二、求矩陣相乘之值？(10%)

(1)若 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}$ 求(a)AB 之值爲何？ (b)BA 之值爲何？

$AB=\begin{Bmatrix}2-2 & 3+4 & 0-6\\ 0 & 2 & -4 & 6\end{Bmatrix}$

$AB=\begin{Bmatrix}0 & 7 & -6\\ 2 & -4 & 6\end{Bmatrix}$ #

$BA=\begin{Bmatrix}2+1 & 3+4 & 0-6\\ -2+2 & 4-4 & -6+6\end{Bmatrix}$

$BA=\begin{Bmatrix}3 & 7 & -6\\ 0 & 0 & 0\end{Bmatrix}$ #

三、求下列行列式值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ (2) $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\ 1 & -2 & 0\\ 4 & 1 & 1\end{bmatrix}$

(1) $A=3-8$

$=-5$ #

(2) $B=(-4)+0+1-(-8)-0-3$

$=2$ #

四、$A=\begin{bmatrix}1+i & -1\\ 2i & 3-4i\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & 1+i\\ 1-i & 4\end{bmatrix}$ 求(A+B)* 之值？

$A+B=\begin{Bmatrix}3+i & i\\ 1+i & 7-4i\end{Bmatrix}^*=\begin{Bmatrix}3-i & -i\\ 1-i & 7+4i\end{Bmatrix}$ #

五、若 $A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 2 & 3 & -2\\ 1 & 0 & 4\end{bmatrix}$ 求(a)A 的餘因子矩陣？ (b)$|A|$ 之值？ (c)adj(A)？ (e)A^{-1}？

(a) $\begin{Bmatrix}14 & -4 & 10\\ 6 & -5 & -10\\ 3 & -1 & 8\end{Bmatrix}$ #

(b) $|A|=2\Delta 11+(-1)\Delta 12+3\Delta 13$

$=2(-1)^{(1+1)}\begin{vmatrix}3 & -2\\ 0 & 4\end{vmatrix}+(-1)(-1)^{(1+2)}\begin{vmatrix}2 & -2\\ 1 & 4\end{vmatrix}+3(-1)^{(1+3)}\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\end{vmatrix}$

$=2(12-0)+1(8-2)+3(0+3)$

$=24+6+9$

$=39$ #

(c) $adj(A)=\begin{Bmatrix}14 & 6 & 3\\ -4 & -5 & -1\\ 10 & 10 & 8\end{Bmatrix}$ #

(c) $adj(A)=\begin{vmatrix}14 & 10 & 3\\ 12 & 11 & 3\\ 11 & 24 & \end{vmatrix}$

(e) $\frac{adj(A)}{|A|}=\frac{1}{39}\begin{Bmatrix}14 & 6 & 3\\ -4 & -5 & -1\\ 10 & 10 & 8\end{Bmatrix}$ #

100 學年度第一學期期末考(A 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳俊宇　學號：10060103

六、$A=\begin{bmatrix}1&0&0&4\\3&4&-1&-2\\0&-1&3&2\\5&0&4&-4\end{bmatrix}$ 利用餘因子求行列式之值？

$=-48+8+0-32-4$

$=-76$ #

Sol: $|A|=1(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}4&-1&-2\\-1&3&2\\0&4&-4\end{vmatrix}+0+0+4(-1)^{1+4}\begin{vmatrix}3&4&-1\\0&-1&3\\5&0&4\end{vmatrix}$

七、求下列矩陣階數？

(a) $\begin{bmatrix}0.5&-i\\5&2\\7&3\\0&2\end{bmatrix}=4\times2$　(b) $\begin{bmatrix}5&4+i\end{bmatrix}=1\times2$　(c) $\begin{bmatrix}5\\2.3\\4\\5\end{bmatrix}=4\times1$　(d) $\begin{bmatrix}4&3&0.8&2+i\\-1&0&0&8\end{bmatrix}=2\times4$

八、若 $A=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{-\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$ (a)求 A 是否正交矩陣？ (b)求 A^{-1}

$A^T=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&-\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$

$AA^T=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}&-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}&-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{-\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$

九、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}1&-2\\4&3\end{bmatrix}$

$A=3+8=-5$

A^{-1} 存在

$[A|I]\to[I|A]$

$\left\{\begin{array}{cc|cc}1&-2&1&0\\4&3&0&1\end{array}\right\}$

十、利用分割矩陣求 B^{-1}？

$B=\begin{bmatrix}1&2&0\\-3&2&2\\2&1&1\end{bmatrix}$

$B=2+8+0-0+4-2-6$

$=-2\neq0$

B^{-1} 存在

$[A|I]\to[I|A]$

$\left\{\begin{array}{ccc|ccc}1&2&0&1&0&0\\-3&2&2&0&1&0\\2&1&1&0&0&1\end{array}\right\}$

100 學年度第一學期期末考(A 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：尤秀皓　學號：100601008

一、求矩陣相加減之值？(10%)

(1)若 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 1 & -3\end{bmatrix}$ 求(a) 4A-3B 爲何？ (b) 2A+4B 爲何？

$4A-3B=\begin{bmatrix}4 & -8\\ 0 & 8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}6 & 0\\ 3 & -9\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-2 & -8\\ -3 & 17\end{bmatrix}$

$2A+4B=\begin{bmatrix}2 & -4\\ 0 & 4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}8 & 0\\ 4 & -12\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}10 & -4\\ 4 & -8\end{bmatrix}$

二、求矩陣相乘之值？(10%)

(1)若 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\\ 1 & -2 & 3\end{bmatrix}$ 求(a)AB 之值爲何？ (b)BA 之值爲何？

$AB=\begin{bmatrix}1\times2+(-2)\times1 & 1\times3+(-2)\times(-2) & 1\times0+(-2)\times3\\ 0\times2+2\times1 & 0\times3+2\times(-2) & 0\times0+2\times3\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}0 & 7 & -6\\ 2 & -4 & 6\end{bmatrix}$

$BA=$ X

三、求下列行列式值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{bmatrix}$　(2) $B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 1\\ 1 & -2 & 0\\ 4 & 1 & 1\end{bmatrix}$

$1\times3-4\times(-2)$

$=5$

$(-4+0+1)-(-6+0+3)$

$=0$

四、$A=\begin{bmatrix}1+i & -1\\ 2i & 3-4i\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}2 & 1+i\\ 1-i & 4\end{bmatrix}$ 求(A+B)* 之值？

$A+B=\begin{bmatrix}3+i & i\\ 1+i & 7-4i\end{bmatrix}$

$(A+B)^*=\begin{bmatrix}3-i & 1-i\\ 1 & 7+4i\end{bmatrix}$

五、若 $A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 2 & 3 & -2\\ 1 & 0 & 4\end{bmatrix}$ 求(a)A 的餘因子矩陣？ (b)|A|之值？ (c)adj(A)？ (e)A^{-1}？

$\therefore |A|=(24+2)-(9-8)=25\neq0$，$A^{-1}$存在

$\Delta_{11}(-1)^{1+1}=\begin{vmatrix}3 & -2\\ 0 & 4\end{vmatrix}=12$

$\Delta_{12}(-1)^{1+2}=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 1 & 4\end{vmatrix}=-6$

$\Delta_{13}(-1)^{1+3}=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\end{vmatrix}=3$

$\Delta_{21}(-1)^{2+1}=\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 0 & 4\end{vmatrix}=-4$

$\Delta_{22}(-1)^{2+2}=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{vmatrix}=5$

$\Delta_{23}(-1)^{2+3}=\begin{vmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{vmatrix}=1$

$\Delta_{31}(-1)^{3+1}=\begin{vmatrix}-1 & 3\\ 3 & -2\end{vmatrix}=7$

$\Delta_{32}(-1)^{3+2}=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 2 & -2\end{vmatrix}=10$

$\Delta_{33}(-1)^{3+3}=\begin{vmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{vmatrix}=8$

$[\Delta ij]=\begin{bmatrix}12 & -6 & 3\\ 4 & 5 & 1\\ 7 & 10 & 8\end{bmatrix}$

$adj(A)=[\Delta ij]^T=\begin{bmatrix}12 & 4 & 7\\ -6 & 5 & 10\\ 3 & 1 & 8\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|}=\frac{1}{25}\begin{bmatrix}12 & 4 & 7\\ -6 & 5 & 10\\ 3 & 1 & 8\end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(A 卷)班級：夜二技機械一甲　姓名：尤彥皓　學號：10060108

六、$A=\begin{bmatrix}1&0&0&4\\3&4&-1&-2\\0&-1&3&2\\5&0&4&-4\end{bmatrix}$ 利用餘因子求行列式之值？

$|A| = a_{11}+0\Delta 12+0\Delta 13+4\Delta 14$

$=1(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}4&-1&-2\\-1&3&2\\0&4&-4\end{vmatrix}+4(-1)^{1+4}\begin{vmatrix}3&4&-1\\0&-1&3\\5&0&4\end{vmatrix}$

$=\{(-48+8)-(32-4)\}-\{(-12+60)-5\}$

$=-111$

七、求下列矩陣階數？

(a)$\begin{bmatrix}0.5&-i\\5&2\\7&3\\0&2\end{bmatrix}$ = 4×2 (b)$\begin{bmatrix}5&4+i\end{bmatrix}$ = 1×2 (c)$\begin{bmatrix}5\\2.3\\4\\5\end{bmatrix}$ = 4×1 (d)$\begin{bmatrix}4&3&0.8&2+i\\-1&0&0&8\end{bmatrix}$ = 2×4

八、若$A=\begin{bmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\\\frac{-\sqrt{2}}{2}&\frac{\sqrt{2}}{2}\end{bmatrix}$ (a)求 A 是否正交矩陣？ (b)求 A^{-1}

$\therefore \frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$, A^{-1}不存在

(a) 不是 (b) 0

九、利用分割矩陣求 A^{-1}？

$A=\begin{bmatrix}1&-2\\4&3\end{bmatrix}$ $\left[\begin{array}{cc|cc}1&-2&1&0\\4&3&0&1\end{array}\right]$

十、利用分割矩陣求 B^{-1}？

$B=\begin{bmatrix}1&2&0\\-3&2&2\\2&1&1\end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：[illegible]　學號：[illegible]10060123

一、求下列矩陣階數爲何？(10%)

(1)$[3]$= 1×1　(2) $[0.2 \quad 3.18]$= 1×2　(3)$\begin{bmatrix}1&2&3\\-1&4&7\end{bmatrix}$= 2×3　(4)$\begin{bmatrix}1&5\\-2&0\\4&-3\end{bmatrix}$= 3×2

10

二、滿足下列，求 X、Y、Z、W 之值？(10%)

(1)$\begin{bmatrix}x+y+5&2y-3\\z+w&z-w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&x+1\\3&z+1\end{bmatrix}$

$x+y+5=2$ —①
$-x+2y-3=1$ —②
$z+w=3$ —③
$z-w=z+1$ —④
⇒ $z=4$ 代③
⇒ $x+y=-3$ ⇒ $y=\frac{1}{3}$ ⇒ $w=-1$
⇒ $-x+2y=4$ ⇒ $x=-\frac{10}{3}$
⇒ $3y=1$

10

(2)接續(1)，求兩矩陣相加之值？

$A=\begin{bmatrix}z&-\frac{7}{3}\\3&5\end{bmatrix}$
兩矩陣相同
$\therefore 2A=\begin{bmatrix}4&-\frac{14}{3}\\6&10\end{bmatrix}$

三、矩陣乘法，求下列矩陣之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}-1&0\\4&-7\end{bmatrix}$ 求 7A 之值？

$7A=\begin{bmatrix}-1\times7&0\times7\\4\times7&-7\times7\end{bmatrix}$
⇒ $7A=\begin{bmatrix}-7&0\\28&-49\end{bmatrix}$

(2)$A=\begin{bmatrix}-5&7\\6&0\end{bmatrix}_{2\times2}$ $B=\begin{bmatrix}4&-1&4\\1&3&5\end{bmatrix}_{2\times3}$ 求 AB 之值？

$A\times B=\begin{bmatrix}(-5)\times4+7\times1&(-5)\times(-1)+7\times3&(-5)\times4+7\times5\\6\times4+0\times1&6\times(-1)+0\times3&6\times4+0\times5\end{bmatrix}$

$A\times B=\begin{bmatrix}-13&26&15\\24&-6&24\end{bmatrix}$

四、設 $A=\begin{bmatrix}4&-3\\2&-1\end{bmatrix}$ 求(1)$|A|$、(2) A^T 之值？(10%)

10
$4\times(-1)-(-3)\times2$
$=-4+6$
$=2$

$A^T=\begin{bmatrix}4&2\\-3&-1\end{bmatrix}$

五、設 $A=\begin{bmatrix}5+i&-1+2i\\-4-i&-5\end{bmatrix}$ 求(1)$\overline{A}$、(2)A^*之值？(10%)

10
$\overline{A}=\begin{bmatrix}5-i&-1-2i\\-4+i&-5\end{bmatrix}$　$A^*=\begin{bmatrix}5-i&-4+i\\-1-2i&-5\end{bmatrix}$

六、求下列行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}4&1\\5&-1\end{bmatrix}$

10
$4\times(-1)-1\times5$
$=-4-5$
$=-9$

(2)$A=\begin{bmatrix}-1&7&4\\5&6&2\\0&-3&4\end{bmatrix}$

$-24+(-60)+0-0=6-140$
$=-230$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：王永鑫　學號：100601023

七、利用餘因子求行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}2&0&-1&3\\4&3&0&-5\\0&-2&0&4\\0&-5&2&3\end{bmatrix}$ 3β皆

-128

$|A|=a_{31}\Delta_{31}+(-2)\Delta_{32}+4\Delta_{34}$

$-2\Delta_{32}=\begin{bmatrix}2&-1&3\\4&0&-5\\0&2&3\end{bmatrix}$

$-2\Delta_{32}=-2(-1)^5\cdot 56$

$\Delta_{32}=112$

$4\Delta_{34}=\begin{bmatrix}2&0&-1\\4&3&0\\0&-5&2\end{bmatrix}$

$\Delta_{34}=12+20+0-0-0-0$

$4\Delta_{34}=4(-1)^7\cdot 32$

$\Delta_{32}=0+24+0-0-(-20)-(-12)$

$\Delta_{32}+\Delta_{34}=112-128$

$\Delta_{32}+\Delta_{34}=-16$ #

八、利用餘因子求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&5\end{bmatrix}$

$11=5-6$

$|A|=-1$　$A\neq 0$ 存在

$\Delta_{11}=5\sim\Delta_{21}=-2$

$\Delta_{12}=-3\sim\Delta_{22}=1$

$[\Delta_{ij}]=\begin{bmatrix}\Delta_{11}&\Delta_{21}\\\Delta_{12}&\Delta_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}$

$(A)=[\Delta_{ij}]^T=\begin{bmatrix}5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=-1\begin{bmatrix}5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$ #

九、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}-1&3\\2&4\end{bmatrix}$

$|A|=-4-6$

$|A|=-10$　$A\neq 0$ 存在

$A=\left[\begin{array}{cc|cc}-1&3&1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]$

$H_1(-1)\to\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]$

$H_{12}(-2)\to\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\0&10&2&1\end{array}\right]$

$H_2(\frac{1}{10})\to\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\0&1&\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

$H_{21}(3)\to\left[\begin{array}{cc|cc}1&0&-\frac{2}{5}&\frac{3}{10}\\0&1&\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

$A^{-1}=\begin{bmatrix}-\frac{2}{5}&\frac{3}{10}\\\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{bmatrix}$ #

十、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&1&-1\\2&1&3\\0&-2&2\end{bmatrix}$

$|A|=2+4+0-0-(-6)=12$

$A=8$　$\neq 0$　存在

$H_{12}(-1)$
$H_{32}(2)$
$\to\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&4&-1&1&0\\0&1&-5&2&-1&0\\0&0&-8&4&-2&1\end{array}\right]$

$H_3(-\frac{1}{8})\to\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&4&-1&1&0\\0&1&-5&2&-1&0\\0&0&1&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{8}\end{array}\right]$

$H_{13}(-4)$
$H_{23}(5)$
$\to\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&1&0&\frac{1}{2}\\0&1&0&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{5}{8}\\0&0&1&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{8}\end{array}\right]$ #

$A^{-1}=\begin{bmatrix}1&0&\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{5}{8}\\-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{8}\end{bmatrix}$ #

$H_{12}(-2)\to\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\0&-1&5&-2&1&0\\0&-2&2&0&0&1\end{array}\right]$

$H_2(-1)\to\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\0&1&-5&2&-1&0\\0&-2&2&0&0&1\end{array}\right]$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳貴炫　學號：10060005

一、求下列矩陣階數爲何？(10%)

(1) $[3]=$ 1×1　(2) $[0.2 \quad 3.18]=$ 1×2　(3) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 4 & 7\end{bmatrix}=$ 2×3　(4) $\begin{bmatrix}1 & 5\\ -2 & 0\\ 4 & -3\end{bmatrix}=$ 3×2

10

二、滿足下列，求 X、Y、Z、W 之值？(10%)

(1) $\begin{bmatrix}x+y+5 & 2y-3\\ z+w & z-w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & x+1\\ 3 & z+1\end{bmatrix}$

(1) $z-w=z+1$ ⇒ $w=-1$ ✱

$z-1=3$ ⇒ $z=4$ ✱

$x+y=-3$

$x-2y=-4$

$3y=1$ ⇒ $y=\frac{1}{3}$ ✱

$\therefore x=\frac{-10}{3}$ ✱

(2)接續(1)，求兩矩陣相加之值？

(2) $\begin{bmatrix}2 & -\frac{7}{3}\\ 3 & 5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2 & -\frac{1}{3}\\ 3 & 5\end{bmatrix}$

⇒ $\begin{bmatrix}4 & -\frac{14}{3}\\ 6 & 10\end{bmatrix}$ ✱

三、矩陣乘法，求下列矩陣之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 4 & -7\end{bmatrix}$ 求 7A 之值？　(2) $A=\begin{bmatrix}-5 & 7\\ 6 & 0\end{bmatrix}_{2\times2}$ $B=\begin{bmatrix}4 & -1 & 4\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}_{2\times3}$ 求 AB 之值？

(1) $7A=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 28 & -49\end{bmatrix}$ ✱

(2) $\begin{bmatrix}-5\times4+7\times1 & -5\times(-1)+7\times3 & -5\times4+7\times5\\ 24 & -6 & 24\end{bmatrix}$

⇒ $\begin{bmatrix}-13 & 26 & 15\\ 24 & -6 & 24\end{bmatrix}$ ✱

10

四、設 $A=\begin{bmatrix}4 & -3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$ 求(1)$|A|$、(2) A^T 之值？(10%)

(1) $10-4-(-6)=2$ ✱

(2) $A^T=\begin{bmatrix}4 & 2\\ -3 & -1\end{bmatrix}$ ✱

五、設 $A=\begin{bmatrix}5+i & -1+2i\\ -4-i & -5\end{bmatrix}$ 求(1)$\overline{A}$、(2)A^*之值？(10%)

(1) $\overline{A}=\begin{bmatrix}5-i & -1-2i\\ -4+i & -5\end{bmatrix}$ ✱

(2) $A^*=\begin{bmatrix}5-i & -4+i\\ -1-2i & -5\end{bmatrix}$ ✱

10

六、求下列行列式之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}4 & 1\\ 5 & -1\end{bmatrix}$

(1) $|A|=-4-5=-9$ ✱

(2) $A=\begin{bmatrix}-1 & 7 & 4\\ 5 & 6 & 2\\ 0 & -3 & 4\end{bmatrix}$

(2) $|A|=-24+(-60)-6-140$

⇒ -216 ✱

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳萱炫　學號：10060005

七、利用餘因子求行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}2&0&-1&3\\4&3&0&-5\\0&-2&0&4\\0&-5&2&3\end{bmatrix}$

$2(20-24)+(-1)(-24+80)+(-3)(-16-0)$

$\Rightarrow -8-56+48=-16$ ※

Sol: $|A|=2\Delta_{11}+0\Delta_{12}+(-1)\Delta_{13}+3\Delta_{14}$

$=2(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}3&0&-5\\-2&0&4\\-5&2&3\end{vmatrix}+(-1)(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}4&3&-5\\0&-2&4\\0&-5&3\end{vmatrix}+3(-1)^{1+4}\begin{vmatrix}4&3&0\\0&-2&0\\0&-5&2\end{vmatrix}$

八、利用餘因子求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&5\end{bmatrix}$

判斷 $|A|=5-6=-1$

$\because |A|=-1\neq 0$, A^{-1}存在

(2)餘因式求解：

Sol: $\Delta_{11}=(-1)^{1+1}\cdot 5=5$

$\Delta_{12}=(-1)^{1+2}\cdot 3=-3$

$\Delta_{21}=(-1)^{2+1}\cdot 2=-2$

$\Delta_{22}=(-1)^{2+2}\cdot 1=1$

$[\Delta_{ij}]=\begin{bmatrix}5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$

$adj(A)=[\Delta_{ij}]=\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}^t$

$A^{-1}=\dfrac{adj(A)}{|A|}=-\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}$ ※

九、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}-1&3\\2&4\end{bmatrix}$

$H_1(-1)\rightarrow\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]$

$H_{12}(3)\rightarrow\left[\begin{array}{cc|cc}1&0&-\frac{2}{5}&\frac{3}{10}\\0&1&\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

$H_{21}(-2)\rightarrow\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\0&10&2&1\end{array}\right]$

則 $A^{-1}=-\frac{1}{10}\begin{bmatrix}4&3\\2&1\end{bmatrix}$ ※

① 判斷

$|A|=-10\neq 0$

$\therefore A^{-1}$存在

② Sol: $\left[\begin{array}{cc|cc}-1&3&1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]\xrightarrow{H_2(\frac{1}{2})}\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\0&1&\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

十、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&1&-1\\2&1&3\\0&-2&2\end{bmatrix}$

① 判斷

$|A|=2+4-(-6)-4)$

$=8\neq 0$, A^{-1}存在

② Sol:

$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\2&1&3&0&1&0\\0&-2&2&0&0&1\end{array}\right]$

$H_{21}(-2)\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\0&-1&5&-2&1&0\\0&-2&2&0&0&1\end{array}\right]$

$H_2(-1)\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\0&1&-5&2&-1&0\\0&-2&2&0&0&1\end{array}\right]$

$H_{12}(-1)$, $H_{32}(2)\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&4&-1&1&0\\0&1&-5&2&-1&0\\0&0&-8&4&-2&1\end{array}\right]$

$H_3(-\frac{1}{8})\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&4&-1&1&0\\0&1&-5&2&-1&0\\0&0&1&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{8}\end{array}\right]$

$H_{13}(-4)$, $H_{23}(5)\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&\frac{1}{2}&0&-\frac{1}{2}\\0&1&0&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&\frac{5}{8}\\0&0&1&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-\frac{1}{8}\end{array}\right]$

則 $=A^{-1}=\frac{1}{8}\begin{bmatrix}8&0&-4\\36&-18&5\\-4&2&-1\end{bmatrix}$ ※

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：張育霖　學號：10060032

一、求下列矩陣階數爲何？(10%)

(1) $[3]=$ 1×1　(2) $[0.2 \quad 3.18]=$ 1×2　(3) $\begin{bmatrix}1&2&3\\-1&4&7\end{bmatrix}=$ 2×3　(4) $\begin{bmatrix}1&5\\-2&0\\4&-3\end{bmatrix}=$ 3×2

10

二、滿足下列，求 X、Y、Z、W 之值？(10%)

(1) $\begin{bmatrix}x+y+5&2y-3\\z+w&z-w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&x+1\\3&z+1\end{bmatrix}$

$x+y+5=2$　$w=-1$

$2y-3=x+1$　$x=-\frac{2}{3}$

$z+w=3$　$y=-\frac{7}{3}$

$z-w=z+1$　$z=4$

$\begin{cases}x+y=-3\\-x+2y=-4\end{cases}$

$3y=-7$

$y=\frac{-7}{3}$

$x-\frac{7}{3}=-3$

$x=\frac{7}{3}-\frac{9}{3}$

(2)接續(1)，求兩矩陣相加之值？

$A+B\begin{bmatrix}2&\frac{1}{3}\\3&\frac{-4}{3}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2&\frac{1}{3}\\3&\frac{-4}{3}\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}2+2,\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\\3+3,\frac{-4}{3}+\frac{-4}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}4,\frac{2}{3}\\6,-\frac{8}{3}\end{bmatrix}$

三、矩陣乘法，求下列矩陣之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}-1&0\\4&-7\end{bmatrix}$ 求 7A 之值？

$7A=\begin{bmatrix}-7&0\\28&-49\end{bmatrix}$

(2) $A=\begin{bmatrix}-5&7\\6&0\end{bmatrix}_{2\times2}$　$B=\begin{bmatrix}4&-1&4\\1&3&5\end{bmatrix}_{2\times3}$ 求 AB 之值？

$AB=\begin{bmatrix}(-5)\times4+7\times1,(-5)(-1)+7\times3,(-5)\times4+7\times5\\6\times4+0\times1,6\times(-1)+3\times0,6\times4+0\times5\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}-13,26,15\\24,-6,24\end{bmatrix}$

四、設 $A=\begin{bmatrix}4&-3\\2&-1\end{bmatrix}$ 求(1)$|A|$、(2) A^T 之值？(10%)

(1) $4\times(-1)-(-3)\times2$

$=2$

(2) $A^T=\begin{bmatrix}4&2\\-3&-1\end{bmatrix}$

五、設 $A=\begin{bmatrix}5+i&-1+2i\\-4-i&-5\end{bmatrix}$ 求(1) $\overline{A}$、(2) A^*之值？(10%)

(1) $\overline{A}=\begin{bmatrix}5-i&-1-2i\\-4+i&-5\end{bmatrix}$

(2) $A^*=\begin{bmatrix}5-i&-4+i\\-1-2i&-5\end{bmatrix}$

六、求下列行列式之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}4&1\\5&-1\end{bmatrix}$

$|A|=4\times(-1)-1\times5$

$=-9$

(2) $A=\begin{bmatrix}-1&7&4\\5&6&2\\0&-3&4\end{bmatrix}$

$|A|=5\Delta_{21}+6\Delta_{22}+2\Delta_{23}$

$=5(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}7&4\\-3&4\end{vmatrix}+6(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}-1&4\\0&4\end{vmatrix}+2(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}-1&7\\0&-3\end{vmatrix}$

$=-5\times40+6\times(-4)+(-2)\times3$

$(-1)^5=-$

$(-3)\times(-1)-7\times0$

$=3-0$

$=3$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　　姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿學號：＿＿＿＿＿＿＿＿

七、利用餘因子求行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

八、利用餘因子求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$　$|A| = 5\times 1 - 3\times 2 = -1 \quad |A| \neq 0$

$\Delta_{11} = (-1)^{1+1}\times 5 = 5$　　$\Delta_{12} = (-1)^{1+2}\times 3 = -3$

$\Delta_{21} = (-1)^{2+1}\times 2 = -2$　　$\Delta_{22} = (-1)^{2+2}\times 1 = 1$

$adj(A) = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{adj(A)}{|A|} = -1\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

8

九、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

十、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳世益　學號：10060014

一、求下列矩陣階數爲何？(10%)

(1) $[3]=$ 1×1　(2) $[0.2 \quad 3.18]=$ 1×2　(3) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 4 & 7\end{bmatrix}=$ 2×3　(4) $\begin{bmatrix}1 & 5\\ -2 & 0\\ 4 & -3\end{bmatrix}=$ 3×2

10

二、滿足下列，求 X、Y、Z、W 之值？(10%)

(1) $\begin{bmatrix}x+y+5 & 2y-3\\ z+w & z-w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & x+1\\ 3 & z+1\end{bmatrix}$

(2)接續(1)，求兩矩陣相加之值？

三、矩陣乘法，求下列矩陣之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 4 & -7\end{bmatrix}$ 求 7A 之值？　(2) $A=\begin{bmatrix}-5 & 7\\ 6 & 0\end{bmatrix}_{2\times2}$ $B=\begin{bmatrix}4 & -1 & 4\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}_{2\times3}$ 求 AB 之值？

10

$7A=\begin{bmatrix}7\times(-1) & 7\times0\\ 7\times4 & 7\times(-7)\end{bmatrix}$

$7A=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 28 & -49\end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix}-5 & 7\\ 6 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4 & -1 & 4\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\times4+7\times1 & (-5)\times(-1)+7\times3 & (-5)\times4+7\times5\\ 6\times4+0\times1 & 6\times(-1)+0\times3 & 6\times4+0\times5\end{bmatrix}$

$=\begin{bmatrix}-13 & 26 & 15\\ 24 & -6 & 24\end{bmatrix}$

四、設 $A=\begin{bmatrix}4 & -3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$ 求(1)$|A|$、(2) A^T 之值？(10%)

10

$|A|=\det(A)=\begin{vmatrix}4 & -3\\ 2 & -1\end{vmatrix}=4\times(-1)-(-3)\times2=2$

$A=\begin{bmatrix}4 & -3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$　$A^T=\begin{bmatrix}4 & 2\\ -3 & -1\end{bmatrix}$

五、設 $A=\begin{bmatrix}5+i & -1+2i\\ -4-i & -5\end{bmatrix}$ 求(1) $\overline{A}$、(2)A^*之值？(10%)

10

$A=\begin{bmatrix}5+i & -1+2i\\ -4-i & -5\end{bmatrix}$　$\overline{A}=\begin{bmatrix}5-i & -1-2i\\ -4+i & -5\end{bmatrix}$　$A^*=\begin{bmatrix}5-i & -4+i\\ -1-2i & -5\end{bmatrix}$

六、求下列行列式之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}4 & 1\\ 5 & -1\end{bmatrix}$

$=4\times(-1)-1\times5=-9$

10

(2) $A=\begin{bmatrix}-1 & 7 & 4\\ 5 & 6 & 2\\ 0 & -3 & 4\end{bmatrix}$

$+(-1)\times6\times4+(4\times5\times(-3))+(7\times2\times0)$

$-(4\times6\times0)+(-1)\times2\times(-3)+(7\times5\times4)=-230$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：陳世益　學號：1606010 14

七、利用餘因子求行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}2&0&-1&3\\4&3&0&-5\\0&-2&0&4\\0&-5&2&3\end{bmatrix}$

$det(A)=4\Delta_{21}+3\Delta_{22}+0\Delta_{23}+-5\Delta_{24}$

$=4(-1)^{2+1}\begin{bmatrix}0&-1&3\\-2&0&4\\-5&2&3\end{bmatrix}+3(-1)^{22}\begin{bmatrix}2&-1&3\\0&0&4\\0&2&3\end{bmatrix}+0(-1)^{23}\begin{bmatrix}2&0&3\\0&-2&4\\0&-5&3\end{bmatrix}+-5(-1)^{24}\begin{bmatrix}2&0&-1\\0&-2&0\\0&-5&2\end{bmatrix}$

$=-4\times12+3\times16-0\times28+-5\times-8=$

八、利用餘因子求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&5\end{bmatrix}=-1$

So $|A|=(1\times5)-(2\times3)=-1$

$\because |A|=-1\neq0$

$\Delta_{11}=(-1)^{1+1}5=5$

$\Delta_{12}=(-1)^{1+2}3=-3$

$\Delta_{21}=(-1)^{2+1}2=-2$

$\Delta_{22}=(-1)^{2+2}1=1$

$[\Delta ij]=\begin{bmatrix}5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$

$adj(A)=[\Delta ij]=\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|}=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}$

九、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}-1&3\\2&4\end{bmatrix}$ $|A|=-10$ $[A|I]\rightarrow[I|A]$

$\left[\begin{array}{cc|cc}-1&3&1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]\xrightarrow{H_1(-1)}\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]\xrightarrow{H_2(\frac{1}{10})}\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\\frac{1}{5}&1&0&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

$\xrightarrow{H_{12}(6)}\left[\begin{array}{cc|cc}1&0&\frac{2}{5}&\frac{3}{10}\\\frac{1}{5}&1&0&\frac{1}{10}\end{array}\right]\xrightarrow{H_{21}(0)}\left[\begin{array}{cc|cc}1&0&\frac{2}{5}&\frac{3}{10}\\0&1&-\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

十、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&1&-1\\2&1&3\\0&-2&2\end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：賴程旭　學號：3100601015

一、求下列矩陣階數爲何？(10%)

(1) $[3]=$ 1×1　(2) $[0.2 \quad 3.18]=$ 1×2　(3) $\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ -1 & 4 & 7\end{bmatrix}=$ 2×3　(4) $\begin{bmatrix}1 & 5\\ -2 & 0\\ 4 & -3\end{bmatrix}=$ 3×2

10

二、滿足下列，求 X、Y、Z、W 之值？(10%)

(1) $\begin{bmatrix}x+y+5 & 2y-3\\ z+w & z-w\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & x+1\\ 3 & z+1\end{bmatrix}$

(2)接續(1)，求兩矩陣相加之值？

三、矩陣乘法，求下列矩陣之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 4 & -7\end{bmatrix}$ 求 7A 之值？

(2) $A=\begin{bmatrix}-5 & 7\\ 6 & 0\end{bmatrix}_{2\times2}$ $B=\begin{bmatrix}4 & -1 & 4\\ 1 & 3 & 5\end{bmatrix}_{2\times3}$ 求 AB 之值？

4

7A = $\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 28 & -49\end{bmatrix}$

四、設 $A=\begin{bmatrix}4 & -3\\ 2 & -1\end{bmatrix}$ 求(1)$|A|$、(2) A^T 之值？(10%)

$|A| = -4-(-6)$
$= 2$

$A^T=\begin{bmatrix}4 & 2\\ -3 & -1\end{bmatrix}$

五、設 $A=\begin{bmatrix}5+i & -1+2i\\ -4-i & -5\end{bmatrix}$ 求(1) $\overline{A}$、(2)A^*之值？(10%)

4

$\overline{A}=\begin{bmatrix}5-i & -1-2i\\ -4+i & -5\end{bmatrix}$　$A=\begin{bmatrix}5 & -4\\ -3 & 5\end{bmatrix}$

六、求下列行列式之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix}4 & 1\\ 5 & -1\end{bmatrix}$

$|A| = -4(-5)$
$= 1$

(2) $A=\begin{bmatrix}-1 & 7 & 4\\ 5 & 6 & 2\\ 0 & -3 & 4\end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　　姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿學號：＿＿＿＿＿＿＿＿

七、利用餘因子求行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 0 & -5 \\ 0 & -2 & 0 & 4 \\ 0 & -5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

八、利用餘因子求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

sol：$|A| = 5 - 6 = -1$

∴$|A| = 5 \neq 0$ A^{-1} 存在.

$\Delta_{11} = (-1)^{1+1} \cdot 5 = 5$

$\Delta_{12} = (-1)^{1+2} \cdot 3 = -3$

$\Delta_{21} = (-1)^{2+1} \cdot 2 = -2$

九、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$|A| = -4 - (6)$

$= -12$

十、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：劉素芳　學號：10938016

一、求下列矩陣階數爲何？(10%)

(1) $[3]$= _____　(2) $[0.2 \quad 3.18]$= _____　(3) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$= _____　(4) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$= _____

二、滿足下列，求 X、Y、Z、W 之值？(10%)

(1) $\begin{bmatrix} x+y+5 & 2y-3 \\ z+w & z-w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & x+1 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$

(2)接續(1)，求兩矩陣相加之值？

Sol: $x+y+5 = 2$ —①

$2y-3 = x+1$ —②

$z+w = 3$ —③

$z-w = z+1$ —④

由④ $w=-1$

三、矩陣乘法，求下列矩陣之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ 求 7A 之值？

Sol: $7A = \begin{bmatrix} 7\times-1 & 7\times0 \\ 7\times4 & 7\times-7 \end{bmatrix}$

$7A = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 28 & -49 \end{bmatrix}$ ✗

(2) $A=\begin{bmatrix} -5 & 7 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}_{2\times2}$　$B=\begin{bmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}_{2\times3}$　求 AB 之值？

Sol: $AB = \begin{bmatrix} \frac{-5\times4+7\times1}{1-1} & \frac{-5\times-1+7\times3}{1-2} & \frac{-5\times4+7\times5}{1-3} \\ \frac{6\times4+0\times1}{2-1} & \frac{6\times-1+0\times3}{2-2} & \frac{6\times4+0\times5}{2-3} \end{bmatrix}_{2\times3}$

$= \begin{bmatrix} -13 & 26 & 15 \\ 24 & -6 & 24 \end{bmatrix}$ ✗

四、設 $A=\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ 求(1)$|A|$、(2) A^T 之值？(10%)

五、設 $A=\begin{bmatrix} 5+i & -1+2i \\ -4-i & -5 \end{bmatrix}$ 求(1)$\overline{A}$、(2)A^*之值？(10%)

六、求下列行列式之值？(10%)

(1) $A=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$

$|A| = 4(-1)^{1+1}\cdot(-1) + 1(-1)^{1+2}\cdot5$

$= 4\cdot(-1) + (-1)\cdot5$

$= -9$

(2) $A=\begin{bmatrix} -1 & 7 & 4 \\ 5 & 6 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

100 學年度第一學期期末考(模擬考)班級：夜二技機械一甲　姓名：劉家琴　學號：8100J2016

七、利用餘因子求行列式之值？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}2&0&-1&3\\4&3&0&-5\\0&-2&0&4\\0&-5&2&3\end{bmatrix}$

$|A|=2\Delta_{11}+0\Delta_{12}+(-1)\Delta_{13}+3\Delta_{14}$

$=2(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}3&0&-5\\-2&0&4\\-5&2&3\end{vmatrix}+$

八、利用餘因子求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&2\\3&5\end{bmatrix}$　sol：$|A|=5-6=-1$

$\therefore |A|=-1\neq 0$ A^{-1}存在

$\Delta_{11}=(-1)^{1+1}\cdot 5=5$

$\Delta_{12}=(-1)^{1+2}\cdot 3=-3$

$\Delta_{21}=(-1)^{2+1}\cdot 2=-2$

$\Delta_{22}=(-1)^{2+2}\cdot 1=1$

$[\Delta ij]=\begin{bmatrix}5&-3\\-2&1\end{bmatrix}$

$adj(A)=[\Delta ij]^T=\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}$

$A^{-1}=\frac{adj(A)}{|A|}=\frac{1}{-1}\begin{bmatrix}5&-2\\-3&1\end{bmatrix}$ #

九、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}-1&3\\2&4\end{bmatrix}$

sol：$|A|=-4$

$[A|I]\rightarrow[I|A^{-1}]$

$\left[\begin{array}{cc|cc}-1&3&1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]$

$H_1(-1)\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\2&4&0&1\end{array}\right]$

$H_{21}(-2)\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\0&10&2&1\end{array}\right]$

$H_2\left(\frac{1}{10}\right)\left[\begin{array}{cc|cc}1&-3&-1&0\\0&1&\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$

$H_{12}(3)\left[\begin{array}{cc|cc}1&0&-\frac{2}{5}&\frac{3}{10}\\0&1&\frac{1}{5}&\frac{1}{10}\end{array}\right]$ #

十、利用分割矩陣求反矩陣？(10%)

(1)$A=\begin{bmatrix}1&1&-1\\2&1&3\\0&-2&2\end{bmatrix}$

sol：$|A|=2$

$[A|I]\rightarrow[I|A^{-1}]$

$\left[\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\2&1&3&0&1&0\\0&-2&2&0&0&1\end{array}\right]$

H