出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期　班級：二技機械一甲　科目：工程數學　練習

** 註　班級：　學號：98401102　姓名：施嘉豪

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^8-3x^3+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(8)x^{(8)-1}-3(3)x^{(3-1)}$

$=16x^7-9x^2$ #

(2) 求 $\int 2x^5+3x^4\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(5)+1}x^{(5)+1}+3\times\frac{1}{(4)+1}x^{(4)+1}+c$

$=2\times\frac{1}{6}x^6+3\times\frac{1}{5}x^5$

$=\frac{2}{6}x^6+\frac{3}{5}x^5$ #$+C$ #

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=e^{-2x}$, $y(0)=0$

sol: $dy=e^{-2x}dx$

同時$\int$

$\int dy=\int e^{-2x}dx$

$y=\frac{1}{2}\cdot e^{-2x}+C$ #

$y(0)=0$

$0=-\frac{1}{2}\cdot 0+C$

$C=\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}e^{-2x}+\frac{1}{2}$ #

(4分)

2. $y'=e^{3x}+\cos 2x$

$\frac{dy}{dx}=e^{3x}+\cos 2x$

$dy=(e^{3x}+\cos 2x)dx$ 同時$\int$

$\int dy=\int e^{3x}dx+\int\cos 2x\,dx$

$y=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$ #

1. $f(x)=x^5-5x^3+x^2+1$, 求 $f'(x)$

$f'(x)=5x^4-15x^2+2x$ #

2. 求 $y=(x^7+3x-5)^9$ 之導函數

$y'=9(x^7+3x-5)^8\cdot dx\,x^7+3x-5$

$=9(x^7+3x-5)^8\cdot 7x^6+3$ #

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

sol: $\int\cos\cdot dx\cos x\cdot dx x$

$=\int\cos\cdot-\sin\cdot dx\,x$

$=\int-\cos\sin\cdot x^2$

$=-x^2\cos\sin+C$ #

2. $\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$　(x+y 型)

1. $y'+2y=e^{-2x}$

$\frac{dy}{dx}+|P(x)|=Q(x)$

$\therefore P(x)=2$　$Q=e^{-2x}$

① 積分因子 $I=e^{\int P(x)dx}$

$I=e^{2dx}=e^{2x}$

① 通解：$I(x)y=\int I(x)Q(x)dx+C$

$\Rightarrow e^{2x}y=\int e^{2x}\cdot e^{-2x}dx+C$

$\Rightarrow e^{2x}y=\int e^{-x}dx+C\Rightarrow e^{2x}y=-e^{-x}+C$

$y=\frac{-e^{-x}+C}{e^{2x}}$

$\Rightarrow y=-e^{2x}+Ce^{2x}$ #

2. $y'=2x+y$

令 $U=2x+y$

$du=2dx+dy$

$dy=du-2dx$

$\frac{dy}{dx}=du$

$du-2dx=udx$

$du=(u+2)dx$

同時$\int$

$\int dx=\int\frac{1}{u+2}du$

令 $z=u+2$　$dz=du$ 代入.

$x+C=\int\frac{1}{z}dz$

$x+C=\ln z$

$x+C=\ln(u+2)$

$u=2x+y$ 代

$x+C=\ln(2x+y+2)$ #

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 練習

** 註 班級：二技机械一甲 學號：10060102 姓名：黃祐傑

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)-1}-3\times(2)x^{(2)-1}$

$=10x^4-6x$

(2) 求 $\int 2x^8+3x^6\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(8)+1}x^{(8)+1}+3\times\frac{1}{(6)+1}x^{(6)+1}+c$

$=\frac{2}{9}x^9+\frac{3}{7}x^7+C$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

$\int\frac{dy}{dx}=\int 3x^2$

$y=$

2. y'=3x²+2x+4

$\frac{dy}{dx}=3x^2+2x+4$

1. $f(x)=\sqrt[5]{\sqrt{x}}$，求$f'(x)$

$\Rightarrow f(x)=\sqrt[10]{x}$

$\Rightarrow\frac{1}{10}x^{-\frac{9}{10}}$

2. $f(x)=(x^5+1)(2x^5-3x+1), f'(x)$

$\Rightarrow\frac{d}{dx}(x^5+1)(2x^5-3x+1)$

$\Rightarrow(x^5+1)'(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(2x^5-3x+1)'$

$\Rightarrow 5x^4(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(10x^4-3)$

$\Rightarrow 10x^9-15x^5+5x^4+10x^9+10x^4+10x^4-3$

$\Rightarrow 20x^9-15x^5+25x^4-3$ ※

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$\Rightarrow\cos(x^2+3x+5)\frac{d}{dx}x^2+3x+5$

$\Rightarrow\cos(x^2+3x+5)\cdot(2x+3)$

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$\Rightarrow-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{d}{dx}(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$\Rightarrow-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\sec^2-x^{-1}$

四、求下解(30%)1.標準式$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$2.$\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{(2x)}$

$\frac{dy}{dx}-2y=e^{2x}$

$P(x)=-2$

$Q(x)=e^{2x}$

$I=e^{\int-2dx}=e^{-2x}\,dx+C$

$e^{-2x}y=\int dx+C$

$e^{-2x}y=x+C$

$y=\frac{x+C}{e^{-2x}}$

$y=xe^{2x}+Ce^{2x}$

2. $y'=(x+y)^2$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 練習

** 註 班級：二技 學號：100601011 姓名：白振富

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1),\ f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)-1}-3\times(2)x^{(1)-1}$

$=10x^4-6x$

(2) 求 $\int 2x^8+3x^6\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(8)+1}x^{(8)+1}+3\times\frac{1}{(6)+1}x^{(6)+1}+c$

$=\frac{2}{9}x^9+\frac{3}{7}x^7+C$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

$dy=3x^2\,dx$

同時 $\int$

$\int dy=\int 3x^2\,dx$

$y=3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+C$

$y=x^3+C$ 特

$y=x^3+C$ (通)

$y(0)=1$ 代入

$1=0^3+C$

$C=1$

2. $y'=3x^2+2x+4$

$y=(3x^2+2x+4)\,dx$

同時 $\int$

$\int dy=\int(3x^2+2x+4)\,dx$

$y=3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+2\cdot\frac{1}{1+1}x^{1+1}+4x+C$

$y=x^3+x^2+4x+C$

1. $f(x)=\sqrt{\sqrt[5]{x}}$，求 $f'(x)$

解：$f(x)=\sqrt{x^{\frac{1}{5}}}$ $f(x)=x^{\frac{1}{10}}$

$f'(x)=\frac{1}{10}x^{\frac{1}{10}-1}+C$

$=\frac{1}{10}x^{-\frac{9}{10}}+C$ XX.

2. $f(x)=(x^5+1)(2x^5-3x+1),\ f'(x)$

$(x^5+1)(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(2x^5-3x+1)$

$=5x^4(2x^5-3x+1)+x^5(10x^4-3)$

$=10x^9-15x^5+5x^4+10x^9-3x^5$

$=20x^9-18x^5+5x^4$ XX.

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$\cos(x^2+3x+5)\cdot\frac{d}{dx}(x^2+3x+5)$

$\cos(x^2+3x+5)(2x+3)$

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{d}{dx}(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{d}{dx}(\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot-\frac{1}{x^2}$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{2x}$

解：$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Qx$

$P(x)=-2$ ① 積分因子 $I=e^{\int P(x)dx}$

$Q(x)=e^{2x}$ $I=e^{\int -2dx}=e^{-2x}$

② 通 $I\cdot y=\int e^{2x}\cdot e^{-2x}y\,dx+C$

$e^{-2x}y=\int dx+C$ $y=\frac{x}{e^{-2x}}+C$

$e^{-2x}y=x+C$ $=xe^{2x}+Ce^{2x}$

2. $y'=(x+y)^2$

解：令 $u=x+y$

$du=dx+dy$ $dy=du-dx$

$\frac{dy}{dx}=u^2$ $du-dx=u^2\,dx$

$\frac{du-dx}{dx}=u^2$ $du=u^2dx+dx$

$du=(u^2+1)dx$

$dx=\frac{1}{(u^2+1)}du$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 練習

** 註 班級：二技m-甲 學號：10008/2016 姓名：劉素琴

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)-1}-3\times(2)x^{(2)-1}$

$=10x^4-6x$ #

(2) 求 $\int 2x^8+3x^6\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(8)+1}x^{(8)+1}+3\times\frac{1}{(6)+1}x^{(6)+1}+c$

$=\frac{2}{9}x^9+\frac{3}{7}x^7+C$ #

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

sol: $dy=3x^2dx$

兩邊等$\int$

$\int dx=\int 3x^2dx$

$y=3\frac{1}{2+1}x^{2+1}+C$

$y=x^3+C$ (通解)

$y(0)=1$ 代入

$1=0^3+C$

$C=1$

$y=x^3+1$ (特解)

2. $y'=3x^2+2x+4$

sol: $dy=(3x^2+2x+4)dx$

兩邊等$\int$

$\int dy=\int(3x^2+2x+4)dx$

$y=3\frac{1}{2+1}x^{2+1}+2\frac{1}{1+1}x^{1+1}+4x+C$

$y=x^3+x^2+4x+C$ #

1. $f(x)=\sqrt{\sqrt[5]{x}}$, 求$f'(x)$

sol: $f(x)=10\sqrt{x}$

$f(x)=x^{\frac{1}{10}}$

$f'(x)=\frac{1}{10}\cdot x^{\frac{1}{10}-1}+C=\frac{1}{10}x^{-\frac{9}{10}}+C$ #

2. $f(x)=(x^5+1)(2x^5-3x+1)$, $f'(x)$

sol: $f(x)=(x^5+1)(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(2x^5-3x+1)'$

$=5x^4(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(10x^4-3)$

$f(x)=2x^9-3x^4+x^3+2x^5-3x+1$ #

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

sol: $\cos(x^2+3x+5)\cdot\frac{d}{dx}(x^2+3x+5)$

$=\cos(x^2+3x+5)(2x+3)$ #

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{d}{dx}\tan^{-1}\frac{1}{x}$

$=\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{d}{dx}(\frac{1}{x})$

$=\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{1}{x^2}$ #

四、求下解(30%)1.標準式$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{2x}$

sol: $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$

$\begin{cases}P(x)=-2\\ Q(x)=e^{2x}\end{cases}$

① 積分因子 $I=e^{\int P(x)\cdot dx}$

$I=e^{\int -2dx}=e^{-2x}$

② 求通解 $I\cdot y=\int I\cdot Q\,dx+C$

$e^{-2x}y=\int(e^{-2x}\cdot e^{2x})dx+C$

$e^{-2x}y=\int dx+C$

$e^{-2x}y=x+C$ $y=\frac{x+C}{e^{-2x}}$ #

2. $y'=(x+y)^2$

sol: 令 $u=x+y$

$du=dx+dy$, $dy=du-dx$

$\frac{dy}{dx}=u^2$

$\frac{du-dx}{dx}=u^2$

$du-dx=u^2dx$

$du=u^2dx+dx$

$du=(u^2+1)dx$

$\rightarrow dx=(\frac{1}{u^2+1})du$

同時$\int$

$\int dx=\int\frac{1}{u^2+1}du$

$x+C=\tan^{-1}u$

$x+C=\tan^{-1}(x+y)$ #

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 練習

** 註 班級：機械一甲 學號：10060103X 姓名：張育豪

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)-1}-3\times(2)x^{(2)-1}$

$=10x^4+6x$

(2) 求 $\int 2x^8+3x^6\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(8)+1}x^{(8)+1}+3\times\frac{1}{(6)+1}x^{(6)+1}+c$

$=\frac{2}{9}x^9+\frac{3}{7}x^7+C$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

$dy=3x^2dx$

$\int dy=\int 3x^2dx$

$y=3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+C$

$y=x^3+C$ 通

$y(0)=1$ 代入

$1=0^3+C$, $C=1$

$y=x^3+1$ 特 #

2. $y'=3x^2+2x+4$

$dy=(3x^2+2x+4)dx$

$\int dy=\int(3x^2+2x+4)dx$

$y=3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+2\cdot\frac{1}{1+1}x^{1+1}+4x+C$

$=x^3+x^2+4x+C$ #

1. $f(x)=\sqrt{\sqrt[5]{x}}$, 求 $f'(x)$

$=10\sqrt{x}$

$=x^{\frac{1}{10}}+C$

$=\frac{1}{10}x^{-\frac{9}{10}}+C$ #

2. $f(x)=(x^5+1)(2x^5-3x+1)$, $f'(x)$

$f'(x)=(x^5+1)'(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(2x^5-3x+1)'$

$=(5x^4)(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(10x^4-3)$

$=(10x^9-15x^5+5x^4)+(10x^9-3x^5+10x^4-3)$

$=20x^9-18x^5+15x^4-3$

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$f'(x)=\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$=[\cos(x^2+3x+5)]\cdot\frac{d}{dx}(x^2+3x+5)$

$=[\cos(x^2+3x+5)]\cdot(2x+3)$

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{d}{dx}\tan^{-1}\frac{1}{x}$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{d}{dx}(\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{-1}{x^2}$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{2x}$

$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$

$P(x)=-2$

$Q(x)=e^{2x}$

$I=e^{\int P(x)dx}$

$I=e^{\int -2dx}=e^{-2x}$

$I\cdot y=\int I\cdot Q\,dx+C$

$e^{-2x}\cdot y=\int(e^{-2x}\cdot e^{2x})dx+C$

$e^{2x}y=\int dx+C=x+C$

$y=\frac{x+C}{e^{-2x}}=xe^{2x}+Ce^{2x}$ #

2. $y'=(x+y)^2$ 令 $u=x+y$

$du=dx+dy\cdot dy=du-dx$

$\frac{dy}{dx}=u^2$

$\frac{du-dx}{dx}=u^2$

$du-dx=u^2dx$

$du=u^2dx+dx$

$du=(u^2+1)dx$

$dx=(\frac{1}{u^2+1})du$

$\int dx=\int\frac{1}{u^2+1}du$

$x+C=\tan^{-1}u$ $x+C=\tan^{-1}(x+y)$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 練習

** 註 班級： 學號：10060 1017 姓名：

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)+1}-3\times(2)x^{(2)-1}$

$=10x^4-6x$ ※

(2) 求 $\int 2x^8+3x^6\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(8)+1}x^{(8)+1}+3\times\frac{1}{(6)+1}x^{(6)+1}+c$

$=\frac{2}{9}x^9+\frac{3}{7}x^7+C$ ※

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

$dy=3x^2dx$

$\int dy=\int 3x^2dx$

$y=3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+C$

$y=x^3+C$ 通

$y(0)=1$ 代入

$1=0^3+C$, $C=1$

$y=x^3+1$ 特 ※

2. y'=3x²+2x+4

$dy=(3x^2+2x+4)dx$

$\int dy=\int(3x^2+2x+4)dx$

$y=3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+2\cdot\frac{1}{1+1}x^{1+1}+4x+C$

$=x^3+x^2+4x+C$ ※

1. $f(x)=\sqrt{\sqrt[5]{x}}$, 求 $f'(x)$

$f(x)=10\sqrt{x}$

$f(x)=x^{\frac{1}{10}}$

$f'(x)=\frac{1}{10}x^{\frac{1}{10}-1}+C$

$=\frac{1}{10}x^{-\frac{9}{10}}+C$ ※

2. $f(x)=(x^5+1)(2x^5-3x+1)$, $f'(x)$

$f'(x)=(x^5+1)'(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(2x^5-3x+1)'$

$=5x^4(2x^5-3x+1)+(x^5+1)(10x^4-3)$

$f(x)=10x^9-15x^5+5x^4+10x^9-3x^5+10x^4-3$

$=20x^9-18x^5+15x^4-3$ ※

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$=\cos(x^2+3x+5)\frac{d}{dx}(x^2+3x+5)$

$=\cos(x^2+3x+5)(2x+3)$ ※

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{d}{dx}\tan^{-1}\frac{1}{x}$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{d}{dx}(\frac{1}{x})$

$=-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot\frac{-1}{x^2}$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{2x}$

$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$

$P(x)=-2$

$Q(x)=e^{2x}$

$I=e^{\int P(x)dx}$

$I=e^{\int -2dx}=e^{-2x}$

$I\cdot y=\int I\cdot Q\,dx+c$

$e^{-2x}y=\int(e^{-2x}\cdot e^{2x})dx+C$

$e^{-2x}y=\int 1dx+C$

$=x+C$

$y=\frac{x+C}{e^{-2x}}=xe^{2x}+Ce^{2x}$ ※

2. $y'=(x+y)^2$

令 $u=x+y$

$du=dx+dy$, $dy=du-dx$

$\frac{dy}{dx}=u^2$

$\frac{du-dx}{dx}=u^2$

$du-dx=u^2dx$

$du=u^2dx+dx$

$du=(u^2+1)dx$

$dx=(\frac{1}{u^2+1})du$

$\int dx=\int\frac{1}{u^2+1}du$

$x+C=\tan^{-1}u$ $x+C=\tan^{-1}(x+y)$