出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二丙 學號：9940118Q 姓名：[illegible]

A. Terminology (20%)

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Unit Vector 單位向量 Dot Product 內積 +8

Characteristic Equation 二階齊性

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Cross Product 外積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+a & -4\\ -1 & 2+b\end{bmatrix}$ #

$B\times C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6a & -b\\ -12 & 6b\end{bmatrix}$ #

$A\times B=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}=$ +5

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, *please find* $|A|$, *det(B).*

4. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$, *please find* A, B^{-1}.

5. Compute the work W done on a particle by a force $F=5i-2j+3k$ (N) moving from P(1,1,2) to R(3,-2,0) m.

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix 反矩陣

(b) Cramer's Rule

23

7. *Compute the eigen value and eigen vector of* $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

特徵值

特徵向量

8. *Please calculate the parallelepiped volume bounded by 3 vectors A(2,3,-3), B(1,2,3), C(2,0,1).*

9. Please find the moment exerted by force F(1,-2,-4) on a link CD at point D(1,1,1), where the point C is (3,2,-1).

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二B 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 學年度 班級：機械二丙 學號：9940l209 姓名：張豐騰

A. Terminology (20%)

Orthogonal Matrix Orthogonal Matrix Vector Vector 向量

Unit Vector Unit Vector Cross Product Cross Product

Characteristic Equation Characteristic Equation

Scalar _____ Inverse Matrix Inverse Matrix

Matrix Matrix Eigenvalue Eigenvalue

Dot Product _____

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B.$

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, *please find* $|A|, det(B).$

4. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$, *please find* $A, B^{-1}.$

5. Compute the work W done on a particle by a force $F=3i-2j+k$ (N) moving from P(3,1,2) to R(3,-2,0) m.

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

7. *Compute the eigen value and eigen vector of* $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

8. *Please calculate the parallelepiped volume bounded by 3 vectors A(3,3,-3), B(6,2,3), C(2,0,1).*

9. Please find the moment exerted by force F(2,-2,-4) on a link CD at point D(5,1,1), where the point C is (3,5,-1).

100

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二丙 學號：99401167 姓名：林冠廷

A. Terminology (20%)

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Unit Vector 單位向量 Dot Product 內積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Cross Product 外積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2+a & -4\\ -1 & 2+b\end{bmatrix}$ #

$B\times C$ = 無解 #

$A\times B=\begin{bmatrix}-4 & 2 & 19\\ 5 & 1 & -1\end{bmatrix}$ #

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, *please find* $|A|$, *det(B).*

$|A|=\begin{vmatrix}-3 & 5\\ 1 & 2\end{vmatrix}=-6-5=-11$ #

$\det(B)=|B|=\begin{vmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{vmatrix}=(24+60+18)-(-16+90+24)$

$=102-98=4$ #

4. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$, *please find* A, B^{-1}.

$A=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}4 & -3\\ -2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ #

$\begin{vmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{vmatrix}$; $adj(A)=\begin{bmatrix}-8 & 6 & -5\\ 6 & -6 & 3\\ -2 & 0 & 1\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}-8 & 6 & -2\\ 6 & -6 & 0\\ -5 & 3 & 1\end{bmatrix}$

$|B|=-6$

$B^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3}\\ -1 & 1 & 0\\ \frac{5}{6} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{6}\end{bmatrix}$ #

5. Compute the work W done on a particle by a force $\boldsymbol{F}=5i-2j+3k$ (N) moving from P(1,1,2) to R(3,-2,0) m.

$W=(5,-2,3)\cdot(2,-3,-2)$

$=10$ # N.m

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

(a) $\begin{vmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}\begin{vmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\end{vmatrix}$ $adj(A)=\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 0 & 1\\ -6 & -2 & -9\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}2 & 1 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}$

$|A|=(0-6-6)-(0-9-4)=1$

$\begin{bmatrix}2 & 1 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}$

$x=10-2-6=2$ #

$y=5+0-2=3$ #

$z=15-2-9=4$ #

(b) $|A_1|=\begin{vmatrix}5 & 3 & -2\\ -2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=(0+4-6)-(0-10+6)=2$ $x=\frac{|A_1|}{|A|}=2$ #

$|A_2|=\begin{vmatrix}2 & 5 & -2\\ 3 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=(4-10-6)-(4-4-15)=3$ $y=\frac{|A_2|}{|A|}=3$ #

$|A_3|=\begin{vmatrix}2 & 3 & 5\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=(0+15-6)-(0+9-4)=4$ $z=\frac{|A_3|}{|A|}=4$ #

7. *Compute the eigen value and eigen vector of* $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

$|A-\lambda I|=0$

$\begin{bmatrix}2-\lambda & 3\\ 1 & 4-\lambda\end{bmatrix}=0$

$(2-\lambda)(4-\lambda)-3=0$

$\lambda^2-6\lambda+5=0$

$\lambda=1,5$ #

① 當 $\lambda=1$ 代入

$(A-\lambda I)\bar{x}=0$

$\begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$

$x_1+3x_2=0$

$x_1=-3x_2$

$\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-3\\ 1\end{bmatrix}$ #

② 當 $\lambda=5$ 代入

$(A-\lambda I)\bar{x}=0$

$\begin{bmatrix}-3 & 3\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$

$x_1-x_2=0$

$x_1=x_2$

$\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$ #

8. *Please calculate the parallelepiped volume bounded by 3 vectors A(2,3,-3), B(1,2,3), C(2,0,1).*

$\vec{V}=\left|\begin{vmatrix}2 & 3 & -3\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 1\end{vmatrix}\right|=|4+18+0+12+3+0|$

$=37$ #

9. Please find the moment exerted by force $\boldsymbol{F}(1,-2,-4)$ on a link CD at point D(1,1,1), where the point C is (3,2,-1).

$\vec{CD}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ -2 & -1 & 2\\ 1 & -2 & -4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & -4\end{vmatrix}i+\begin{vmatrix}2 & -2\\ 1 & -4\end{vmatrix}j+\begin{vmatrix}-2 & -1\\ 1 & -2\end{vmatrix}k$

$=8i+10j+5k$ #

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二B 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機械二丙 學號：9940121 姓名：江世豪

A. Terminology (20%)

Orthogonal Matrix ／ Vector 向量

Unit Vector 單位向量 Cross Product 外積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Dot Product 點積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2+y & -3\\ -1 & 2+x\end{bmatrix}$ ✓

$B\times C=X$

$A\times B=\begin{bmatrix}-2 & 2 & 12\\ 5 & 1 & -3\end{bmatrix}$ ✓

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, *please find* $|A|, det(B)$.

$|A|=\begin{vmatrix}-3 & 2\\ -1 & 2\end{vmatrix}=-6+2=-4$ ✓

$det(B)=\begin{vmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{vmatrix}=-12+24+32+16-12-48$

$=72-72=0$ ✓

4. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$, *please find* A, B^{-1}.

$A=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}4 & -3\\ -2 & 1\end{bmatrix}$

$|B|=\begin{vmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{vmatrix}=-6+8+2-12-2+4$

$=14-20=-6$

$adj(B)=\begin{bmatrix}-8 & 6 & -5\\ 6 & -6 & 3\\ -2 & 0 & -1\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}-8 & 6 & -2\\ 6 & -6 & 0\\ -5 & 3 & -1\end{bmatrix}$

$B^{-1}=\frac{adj(B)}{|B|}=\frac{-1}{6}\begin{bmatrix}-8 & 6 & -2\\ 6 & -6 & 0\\ -5 & 3 & -1\end{bmatrix}$

5. Compute the work W done on a particle by a force $\boldsymbol{F}=3\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$ (N) moving from P(3,1,2) to R(3,-2,0) m.

$\overrightarrow{PR}=(0,-3,-2)$

$\vec{F}\times\overrightarrow{PR}=0+6-2$

$=4$ N·m

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

(100)

(1)

$|A|=\begin{vmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=0-6-6+0+4+9$

$=13-12=1$

$adj(A)=\begin{bmatrix}3 & -2 & 2 & 3\\ 3 & 0 & -2 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & -2 & 2 & 3\\ 0 & -2 & 3 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 0 & 1\\ -6 & -2 & 9\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}2 & 1 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & -2 & 9\end{bmatrix}$

$A^{-1}\cdot B=\begin{bmatrix}2 & 1 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\ -5\\ 4\end{bmatrix}$ $x=2$ $y=-5$ $z=4$

(2).

$x=\begin{vmatrix}5 & 3 & -2\\ -2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=0-6+4-6+10=14-12=2$

$y=\begin{vmatrix}2 & 5 & -2\\ 3 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}=4-10-6-4+4+15=23-20=3$ ✓

$z=\begin{vmatrix}2 & 3 & 5\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}=0-6+15+0+4-9=19-15=4$

7. *Compute the eigen value and eigen vector of* $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

$\begin{vmatrix}2-\lambda & 3\\ 1 & 4-\lambda\end{vmatrix}=(2-\lambda)(4-\lambda)-3=8-6\lambda+\lambda^2-3$

$=\lambda^2-6\lambda+5$

$\lambda\quad -5\quad (\lambda-5)(\lambda-1)=0$ ✓

$\lambda\quad -1\quad \lambda=5\ \lambda=1$

$\lambda=1\quad \begin{bmatrix}1 & 3\\ 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$

$x_1+3x_2=0$

$\lambda=5\quad \begin{bmatrix}-3 & 3\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$

$x_1-x_2=0$

$\vec{x}_2=\begin{bmatrix}-3\\ 1\end{bmatrix}$ ✓

$\vec{x}_1=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$

8. *Please calculate the parallelepiped volume bounded by 3 vectors A(3,3,-3),B(6,2,3),C(2,0,1).*

$A\cdot B\cdot C=\begin{vmatrix}3 & 3 & -3\\ 6 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 1\end{vmatrix}=|6+18+0+12+0-18|$

$=18$ ✓

9. Please find the moment exerted by force $\boldsymbol{F}$(2,-2,-4) on a link CD at point D(5,1,1), where the point C is (3,5,-1).

$DC=(-2,4,-2)$

$1.F\begin{vmatrix}i & j & k\\ -2 & 4 & -2\\ 2 & -2 & -4\end{vmatrix}=-16i-4j+4k-8k-8j-4i$

$=-20i-12j-4k$

63

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二B 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：機二B 學號：9940H165 姓名：蔣聖第

A. Terminology (20%)

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Unit Vector 單位向量 Cross Product 外積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Dot Product 內積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2+y & -3\\ -1 & 2+x\end{bmatrix}$ ✓

$B\times C=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}y & -1\\ -2 & x\end{bmatrix}=$ [無解] ✓

$A\times B=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 1 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 2 & 12\\ 5 & 1 & -3\end{bmatrix}$ ✓

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, *please find* $|A|, det(B)$.

$|A|=\begin{bmatrix}-3 & 2\\ -1 & 2\end{bmatrix}=-8$ ✱

$det(B)=\begin{bmatrix}1 & 4 & 4\\ 2 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}=-12+24+32+16-48-12=0$ ✱

4. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$, *please find* A, B^{-1}.

$A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}=$ /

$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8 & -6 & 5\\ -6 & 6 & -3\\ 5 & -3 & 1\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}8 & -6 & 5\\ -6 & 6 & -3\\ 5 & -3 & 1\end{bmatrix}$ ✱

5. Compute the work W done on a particle by a force $\boldsymbol{F}=3i-2j+k$ (N) moving from P(3,1,2) to R(3,-2,0) m.

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

$\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$

$|M|=-4-9+6+6=-1$

(b)

$\frac{|A_1|}{|A|}=\begin{bmatrix}5 & 3 & -2\\ -2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=0+(-6)+4+10-6=2=\frac{2}{-1}=-2$ ✱

$\frac{|A_2|}{|A|}=\begin{bmatrix}2 & 5 & -2\\ 3 & -2 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=4-4-15-4+10+6=-3=\frac{-3}{-1}=3$ ✱

$\frac{|A_3|}{|A|}=\begin{bmatrix}2 & 3 & 5\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}=-6+15+4-9=4=\frac{4}{-1}=-4$ ✱

7. *Compute the eigen value and eigen vector of* $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2-\lambda & 3\\ 1 & 4-\lambda\end{bmatrix}$

$(2-\lambda)(4-\lambda)+3=0$

$\lambda^2+6\lambda+9=0$

$\lambda=3,3$ ✱

$\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$ ✱

$-x_1+3x_2=0$

$-x_1=-3x_2$

$=\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}$ ✱

8. *Please calculate the parallelepiped volume bounded by 3 vectors* $A(3,3,-3), B(6,2,3), C(2,0,1)$.

9. Please find the moment exerted by force $\boldsymbol{F}(2,-2,-4)$ on a link CD at point D(5,1,1), where the point C is (3,5,-1).

a)

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} & 3 & -2 & 3 \\ & 0 & -2 & 3 & 0 \\ & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & -2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$= \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ -2 & 2 & 9 \end{bmatrix}^T$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 9 \end{bmatrix}^T$$

$$|A^{-1}| = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= -$$

67

出題負責教師：蔣祥第

建國科技大學 一百學年度第一學期 班級：機二 科目： 工程數學（一） (期末考) 考試試題

** 註：關書、不可使用計算機 班級：未裝械二丙 學號：9940l187 姓名：卓奎昌

A. Terminology (20%)

Matrix 矩陣 Eigenvalue 特徵值

Unit Vector 單位向量 Dot Product 內積

Characteristic Equation 特徵方程式

Scalar 純量 Inverse Matrix 反矩陣

Orthogonal Matrix 正交矩陣 Vector 向量

Cross Product 外積

2. $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 5\\ 2 & 0 & -3\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}a & -1\\ -2 & b\end{bmatrix}$

Please find $A+C, B\times C, A\times B$.

$A+C=\begin{bmatrix}2+a & -4\\ -1 & 2b\end{bmatrix}$

$B\times C$ = 無解

$A\times B=\begin{bmatrix}2a+6 & -2-3b\\ a-4 & -1-6\end{bmatrix}$

3. $A=\begin{bmatrix}-3 & 5\\ 1 & 2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\ 5 & -2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{bmatrix}$, *please find* $|A|$, *det(B).*

$|A|=-6-5=-11$

$\det B=\frac{\text{adj}B}{|B|}$ $\text{adj}B=\begin{bmatrix}-24 & 24 & 16\\ -2 & 4 & -2\\ 17 & 14 & -19\end{bmatrix}^T$

$|B|=-24+18+80+16-80-24=-44$

4. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 2\\ 2 & 1 & -2\end{bmatrix}$, *please find* A, B^{-1}.

$A=\frac{\text{adj}A}{|A|}$ $\text{adj}A\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 2\\ 2 & -2\end{bmatrix}$

$|A|=-2$ $A^{-1}=\frac{-1}{2}\begin{bmatrix}-2 & 2\\ 2 & -2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$

$B^{-1}=\frac{\text{adj}(B)}{|B|}$ $\text{adj}(B)=\begin{bmatrix}-8 & 6 & 5\\ 6 & -6 & 3\\ -2 & 0 & 1\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}-8 & 6 & -2\\ 6 & -6 & 0\\ 5 & 3 & 1\end{bmatrix}$

$|B|=-6+8+2-12-2+4=-6$ $B^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3}\\ -1 & 1 & 0\\ -\frac{5}{6} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{6}\end{bmatrix}$

5. Compute the work W done on a particle by a force $\boldsymbol{F}=5i-2j+3k$ (N) moving from P(1,1,2) to R(3,-2,0) m.

$\vec{PR}=(2,-3,-2)$

$F\times\vec{PR}=\begin{vmatrix}i & j & k\\ 5 & -2 & 3\\ 2 & -3 & 2\end{vmatrix}=5i-4j-11k$

6. *Solve* $\begin{cases}2x+3y-2z=5\\ 3x-2z=-2\\ x+y-z=1\end{cases}$ by (a) inverse matrix (b) Cramer's Rule

(a) $\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ -5 & 0 & 1\\ -6 & -2 & -9\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}2 & -5 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}$

$\frac{1}{1}\times\begin{bmatrix}2 & -5 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix}2 & 3 & -2\\ 3 & 0 & -2\\ 1 & 1 & -1\end{bmatrix}=0-6-6-0+9+4=1$

$=\begin{bmatrix}2 & -5 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2 & -5 & -6\\ 1 & 0 & -2\\ 3 & 1 & -9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}5\\ -2\\ 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14\\ 3\\ 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}$

7. *Compute the eigen value and eigen vector of* $\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix}2-\lambda & 3\\ 1 & 4-\lambda\end{bmatrix}=(2-\lambda)(4-\lambda)-3=8-6\lambda+\lambda^2-3$

$=\lambda^2-6\lambda+5$

$\lambda=-5,-1$

$\lambda=-5$ $\begin{bmatrix}7 & 3\\ 1 & 9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\ -1\end{bmatrix}$ $7x_1=-3x_2$

$\lambda=-1$ $\begin{bmatrix}3 & 3\\ 1 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$ $3x_1=-3x_2$

8. *Please calculate the parallelepiped volume bounded by 3 vectors A(2,3,-3),B(1,2,3),C(2,0,1).*

$AC=(0,-3,4)$

$BC=(1,-2,-2)$

$AB=(-1,-1,6)$

$\begin{bmatrix}0 & -3 & 4\\ 1 & -2 & -2\\ -1 & -1 & 6\end{bmatrix}=0-6-4-8+18+0$

9. Please find the moment exerted by force $\boldsymbol{F}(1,-2,-4)$ on a link CD at point D(1,1,1), where the point C is (3,2,-1).

$\begin{bmatrix}1 & -2 & 4\\ 1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & -1\end{bmatrix}=-1-6+8+12-2-2=-15$