出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 期中考

** 註 班級：二技機械一甲 學號：10060029 姓名：林正宗

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^6-3x^2+1),\ f'(x)$

解：$f(x)=2\times(6)x^{(6)-1}-3(2)x^{(1)}$

$=12x^5-6x$

(2) 求 $\int 2x^3+3x^2\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(3)+1}x^{(3)+1}+3\times\frac{1}{(2)+1}x^{(2)+1}+c$

$=\frac{1}{2}x^4+x^3+C$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=e^{-2x}$, $y(0)=0$

令 $u=e^{-2x}$

$du=-2e^{-2x}dx$

2. $y'=e^{3x}+\cos 2x$

1. $f(x)=x^5-5x^2+x+1$, 求 $f'(x)$

$f'(x)=5x^4-10x+1$

2. 求 $y=(x^7+3x-5)^{10}$ 之導函數

sol: $10(x^7+3x-5)^9\cdot\frac{d}{dx}(x^7+3x-5)$

$=10(x^7+3x-5)^9\cdot 7x^6+3$

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

sol: $\cos u\frac{d}{dx}u$

$=\cos x\cdot\cos x\frac{d}{dx}\cos x$

$=\cos x\cdot-\sin x$

2. $\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

sol: $\cos x\left(\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\frac{d}{dx}\frac{1}{x}\right)$

$=\cos x\left(\frac{x}{2}\frac{d}{dx}x^{-1}\right)$

$=\cos x\left(\frac{x}{2}\cdot-x^{-2}\right)$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'+2y=e^{-2x}$

2. $y'=2x+y$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 期中考

** 註 班級：機械一甲 學號：10060010 姓名：柯金男

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^6-3x^2+1),\ f'(x)$

解：$f(x)=2\times(6)x^{(6)-1}-3(2)x^{(1)}$

$=12x^5-6x$ #

(2) 求 $\int 2x^3+3x^2\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(3)+1}x^{(3)+1}+3\times\frac{1}{(2)+1}x^{(2)+1}+c$

$=2\times\frac{1}{4}x^4+3\times\frac{1}{3}x^3+C$ #

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=e^{-2x},\ y(0)=0$

Sol: 令 $u=e^{3x}$

$du=e^{3x}dx$

代回原式

$\int\frac{dy}{dx}=\int du$

$y=u+c$

$y=e^{3x}+C$ #通解

將 $y(0)=0$ 代通解

$0=e^{3\cdot0}+c$

$c=$ 檢討....

2. $y'=e^{3x}+\cos 2x$

Sol: $\frac{dy}{dx}=e^{3x}+\cos 2x$

$-e^{3x}=\cos 2x$

兩邊積分

$\int -e^{3x}=\int\cos 2x$

1. $f(x)=x^5-5x^2+x+1$, 求 $f'(x)$

Sol: $5x^4-10x+1$ #

2. 求 $y=(x^7+3x-5)^{10}$ 之導函數

Sol: $10(x^7+3x-5)^9\cdot\frac{d}{dx}(x^7+3x-5)$

$=10(x^7+3x-5)^9\cdot(7x^6+3)$ #

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

Sol: $f'(x)=\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

$=\cos(-\sin x)\cdot\frac{d}{dx}(\cos x)$

$=[\cos(-\sin x)]\cdot(-\sin x)$ #

2. $\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

Sol: $f'(x)=\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\frac{d}{dx}(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=\cos\csc\sec$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'+2y=e^{-2x}$

2. $y'=2x+y$

Sol: 標準 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$

$\therefore P(x)=2$

$Q(x)=$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 期中考

** 註 班級： 學號：10060102 3 姓名：張哲嘉

66

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1),\ f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)-1}-3\times(2)x^{(2)-1}$

$=10x^4-6x$

(2) 求 $\int 2x^5+3x^2\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(5)+1}x^{(5)+1}+3\times\frac{1}{(2)+1}x^{(2)+1}+c$

$=\frac{1}{3}x^6+x^3+C$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

$\int 3x^2$

$\Rightarrow x^3+C$

$1=0+C$

$C=1$

Ans x^3+1 #

2. $y'=3x^2+2x+4$

$\frac{dy}{dx}=3x^2+2x+4$

$\int\frac{dy}{dx}=\int 3x^2+2x+4$

$\Rightarrow x^3+\frac{1}{2}x^2+4x$ #

$3x^2+2x+4+C$

$3\cdot\frac{1}{2+1}x^{2+1}+2\cdot\frac{1}{1+1}x^{1+1}+4x$

1. $f(x)=\sqrt[4]{\sqrt{x}}$，求 $f'(x)$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{8}}{}'=x^{\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow\frac{1}{8}x^{\frac{1}{8}-1}$

$=\frac{1}{8}x^{-\frac{7}{8}}$ #

2. $f(x)=(x^3+1)(2x^5-3x+1),\ f'(x)$

$f(x)=(x^3+1)'\cdot(2x^5-3x+1)+(x^3+1)\cdot(2x^5-3x+1)'$

$\Rightarrow 3x^2\cdot(2x^5-3x+1)+(x^3+1)\cdot(10x^4-3)$

$\Rightarrow(6x^7-9x^3+3x^2)+(10x^7-x^3+10x^4-3)$

$\Rightarrow 16x^7+10x^4-10x^3+3x^2-3$ #

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

$\Rightarrow\cos(x^2+3x+5)\cdot\frac{d}{dx}(x^2+3x+5)$

$\Rightarrow\cos(x^2+3x+5)\cdot(2x+3)$

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$\Rightarrow-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\frac{d}{dx}(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$\Rightarrow-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}}\cdot\frac{d}{dx}(\frac{1}{x})$

x^{-1}

$-1x^{-2}$

$\Rightarrow-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot(\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}})\cdot(-x^{-2})$ #

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{2x}$

標準式 $\Rightarrow\frac{dy}{dx}+P(-2y)=e^{2x}\ Q(e^{2x})$

$\therefore P(x)=-2$ #

$Q(x)=e^{2x}$ #

(2) 積分因子 $I=e^{\int P(x)dx}$

$I=e^{\int -2dx}$

$I=e^{-2x}$

通解 $I\cdot y=\int I\cdot Q\,dx+c$

$e^{-2}\cdot y=\int e^{-2}\cdot e^{2x}dx+C$

$e^{-2}y=-e+C$

2. $y'=(x+y)^2$

$\frac{dy}{dx}=(x+y)^2$

(2) $u=x+y$

$du=dx+dy$

$dy=du-dx$

$\int\frac{1}{y}+y^2dy=\int x^2+2xdx$

$u\,dx+u^2du-u^2dx$

$dy=-u^2dx$ $u^2=$

$-u^2+u$

簡過績 沒有 沒有y #

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 期中考

** 註 班級：機械一甲 學號：100601019 姓名：莊佳翊

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^6-3x^2+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(6)x^{(6)-1}-3(x2)x^{(2-1)}$

$=12x^5-6x$

(2) 求 $\int 2x^3+3x^2\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(3)+1}x^{(3)+1}+3\times\frac{1}{(2)+1}x^{(2)+1}+c$

$=\frac{1}{2}x^4+x^3+c$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=e^{-2x}$, $y(0)=0$

令 $u=e^{-2x}$

$du=-2e^{-2x}$

2. $y'=e^{3x}+\cos 2x$

$y=e^{3x}\cdot(3x)'+(-\sin 2x)(2x)'$

$y=e^{3x}\cdot 3+(\sin 2x)\cdot 2$

$y=3e^{3x}+2(\sin 2x)$

1. $f(x)=x^5-5x^2+x+1$, 求 $f'(x)$

sol: $f(x)=x^5-5x^2+x+1$

$f'(x)=5x^4-10x+1$

2. 求 $y=(x^7+3x-5)^{10}$ 之導函數

sol: $y'(x)=10(x^7+3x-5)^9\frac{d}{dx}(x^7+3x-5)$

$=10(x^7+3x-5)^9\cdot(7x^6+3)$

$=10(x^7+3x-5)^9(7x^6+3)$

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

sol: $\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

$=\cos(\cos x)\frac{d}{dx}\cos x$

$=-\cos(\cos x)\sin x$

2. $\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

sol: $\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})\frac{d}{dx}(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

$=\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\left(\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\right)\cdot(-\frac{1}{x^2})$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'+2y=e^{-2x}$

$3y=e^{-2x}$

$P(x)=3$

$Q(x)=e^{-2x}$

2. $y'=2x+y$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 期中考

** 註 班級： 學號：10060005 姓名：陳壹炫

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^5-3x^2+1)$, $f'(x)$

解：$f(x)=2\times(5)x^{(5)-1}-3\times(2)x^{(2)-1}$

$=10x^4-6x$ ※

(2) 求 $\int 2x^5+3x^2\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(5)+1}x^{(5)+1}+3\times\frac{1}{(2)+1}x^{(2)+1}+c$

$=\frac{1}{3}x^6+x^3+c$ ※

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=3x^2, y(0)=1$

$y=x^3+c$

$\because 1=0^3+c$ (過)

Ans: $C=1$ ※ $y=x^3+1$ (特)

2. $y'=3x^2+2x+4$

$y=x^3+x^2+4x+c$ ※

1. $f(x)=\sqrt{\sqrt[4]{x}}$, 求 $f'(x)$

$f(x)=(x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2}(x^{\frac{1}{4}})^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{d}{dx}(x^{\frac{1}{4}})$

$\therefore$ Ans: $=\frac{1}{2\sqrt{\sqrt[4]{x}}}\cdot\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$ ※

$\frac{1}{4}(x^{-\frac{3}{4}})$

2. $f(x)=(x^3+1)(2x^5-3x+1), f'(x)$

Sol: $(x^3+1)'(2x^5-3x+1)+(x^3+1)(2x^5-3x+1)'$

$\Rightarrow 3x^2\cdot(2x^5-3x+1)+(x^3+1)(10x^4-3)$

$\Rightarrow 6x^7-9x^3+3x^2+10x^7-3x^3+10x^4-3$

$\therefore$ Ans: $16x^7+10x^4-12x^3+3x^2-3$ ※

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(x^2+3x+5)$

Sol: $\cos(x^2+3x+5)\cdot\frac{d}{dx}(x^2+3x+5)$

$\Rightarrow(2x+3)\cdot\cos(x^2+3x+5)$ ※

2. $\frac{d}{dx}\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})$

Sol: $-\sin(\tan^{-1}x^{-1})\cdot\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x^{-1})$

$\Rightarrow-\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot\frac{1}{1+(\frac{1}{x})^2}\cdot(-x^{-2})$

$\therefore$ Ans: $\sin(\tan^{-1}\frac{1}{x})$ ※

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'-2y=e^{2x}$

$P(x)=-2$

$Q(x)=e^{2x}$

① 積分因子

$I=e^{\int-2dx}=e^{-2x}$

② 通解：

$e^{-2x}\cdot y=\int e^{-2x}\cdot e^{2x}\cdot dx+c$

$\Rightarrow e^{-2x}\cdot y=\int 1\cdot dx+c$

$\Rightarrow e^{-2x}\cdot y=x+c$

$\therefore y=\frac{x+c}{e^{-2x}}$

2. $y'=(x+y)^2$

出題負責教師：林金桂

建國科技大學 進修部 100 學年度第 1 學期 班級：二技機械一甲 科目：工程數學 期中考

** 註 班級： 學號：100601001 姓名：陳建欽 100

基礎微積分：(10%)

(1) $f(x)=(2x^6-3x^2+1),\ f'(x)$

解：$f(x)=2\times(6)x^{(6)-1}-3(2)x^{(1)}$

$=12x^5-6x$

(2) 求 $\int 2x^3+3x^2\,dx$

解：$2\times\frac{1}{(3)+1}x^{(3)+1}+3\times\frac{1}{(2)+1}x^{(2)+1}+c$

$=\frac{1}{2}x^4+1\cdot x^3+C.$

一、求下列解：(40%)

1. $\frac{dy}{dx}=e^{-2x},\ y(0)=0$

$\int dy=\int e^{-2x}\,dx$

$y=-\frac{1}{2}e^{-2x}+C$ (通解)

$\therefore 0=-\frac{1}{2}e^{-2\cdot 0}+C\Rightarrow C=\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}e^{-2x}+\frac{1}{2}$ #

2. $y'=e^{3x}+\cos 2x$

$\int dy=\int(e^{3x}+\cos 2x)\,dx$

$y=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{1}{2}\sin 2x+C$ #

1. $f(x)=x^5-5x^2+x+1$, 求 $f'(x)$

$f'(x)=5x^4-10x^1+1$

2. 求 $y=(x^7+3x-5)^{10}$ 之導函數

$y'=10\cdot(x^7+3x-5)^9\cdot(x^7+3x-5)'$

$=10\cdot(x^7+3x-5)^9\cdot(7x^6+3)$

三、三角函數爲分方程式(20%)

1. $\frac{d}{dx}\sin(\cos x)$

$=\cos(\cos x)\cdot(-\sin x)$

2. $\frac{d}{dx}\sin(\tan^{-1}(\frac{1}{x}))$ x^{-1}

$=\cos(\tan^{-1}\frac{1}{x})\cdot(\frac{1}{1+x^{-2}})\cdot(-x^{-2})$

四、求下解(30%)1.標準式 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ 2. $\int\frac{1}{x^2+1}=\tan^{-1}x$ (x+y 型)

1. $y'+(2)y=e^{-2x}$ (P)

$I(x)=e^{\int 2\,dx}=e^{2x}$

$\therefore e^{2x}\frac{dy}{dx}+2e^{2x}\cdot y=e^{-2x}\cdot e^{2x}$

$e^{2x}\cdot y=\int e^{2x}\cdot e^{-2x}\,dx+C$

$e^{2x}\cdot y=x+C$ #

亦 $y=\frac{x}{e^{2x}}+C_1$ #

2. $y'=2x+y$

令 $2x+y=t$

$\frac{dy}{dx}=2x+y$ $\therefore\frac{dy}{dx}=\frac{dt}{dx}-2$

$\frac{dt}{dx}-2=2x+y\leftarrow\frac{dt}{dx}=t+2$

$\Rightarrow\int dx=\int\frac{1}{2+t}\,dt$ $\therefore dx=\frac{1}{t+2}dt$

$x=\ln(2+t)+C$

$x=\ln(2+(2x+y))+C$ #

$-\frac{1}{2}\, e^{-2x} \cdot (-2)$

$\frac{dy}{dx} = e^{3x} + \cos 2x$

$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}\frac{dt}{dx} \to e^{-2x}$

$t = 2x + y$

$\frac{dt}{dx} = 2 + \frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dt}{dx} - 2$

$\frac{dt}{dx} = (t+2)$

$dx = \left(\frac{1}{t+2}\right)dt$

$x = \ln(t+2) + c$

$\left(\frac{1}{t+2}\right)dt = dx$

Ex. $e^{-2x} \to y = t$

$-2 \cdot e^{-2x} - 2\frac{dy}{dx} = \frac{dt}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = e^{-2x} \to y$

$\frac{dy}{dx} = e^{-2x} \to y$

$\frac{dy}{dx} = t$

$\therefore -\frac{1}{2}\frac{dt}{dx} \to e^{-2x} = t$

$\int e^0 dx$

$\int 1\, dx$

$x + c$

$\frac{dt}{dx} \to = t$

$= -\frac{dt}{dx} = t + 2$