請附答案卷，准帶計算機

出題老師：方亮彬

建國科技大學 機械工程系暨製造科技研究所 工程數學 期中考(100 學年上學期)

班級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. Terminology (15%)
   (1) particular solution
   (2) initial condition, IC
   (3) boundary condition, BC

2. Determine the ORDER and DEGREE of the following equations (15%)

   (1) $x^4\frac{dy}{dx}+y^2=0$;

   (2) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3+2\left(\frac{dy}{dx}\right)+3y=0$

   (3) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2+2\left(\frac{dy}{dx}\right)^5+3y=0$

3. Complete the table (12%)

f	f'
Sin x	
Cos x	
Tan x	
Cot x	
Sec x	
Csc x	

4. Solve $D[(2x^2)\sin x]$ (8%)

5. Solve $\int x\cdot\cos x\,dx$ (8%)

6. Solve $y'=4x^5+1$ (8%)
7. Solve $yy'+x=0$ (8%)
8. Solve $xyy'+2y^2+x^2=0$ (8%)
9. Solve $4x^3y^3dx+3x^4y^2dy=0$ (8%)
10. Solve $(x^3+y^2)dx+xydy=0$ (8%)

12 Solve $y'+\frac{1}{x}y=x^2$ (8%)

建國科技大學 100 學年度第一學期 (中.末) 考試答案卷

科目: 工程數學　班級: 機械二甲　學號: 99401049　姓名: 林建宏

1. (1) 特解: 由通解指定任意常數值，或由已知條件代入數值，求出任意常數與特定常數之解謂之

(2) 初始條件: 自變數(一般指時間)指定同一點(一般為0)之約束條件。

(3) 邊界條件: 自變數(一般指空間座標)指定不同一點之約束條件

2. (1) 一階一次常微分方程式

(2) 二階三次常微分方程式

(3) 二階二次常微分方程式

3.

f	f'
Sinx	Cosx
Cosx	-Sinx
Tanx	Sec^2x
Cotx	$-Csc^2x$
Secx	SecxTanx
Csc x	-CscxCotx

4. $D[x^2]\sin x$

$4x\sin x + 2x^2\cos x$

5. $\int x\cos x\,dx$

u	x	dv	cosx
du	1	v	sinx

$y = x\sin x - \int \sin x$

$y = x\sin x + \cos x + C$

6. $y' = 4x^5 + 1$

$\int 4x^5 + 1\,dx$

$\frac{2}{3}x^6 + x + C$

7. $yy' + x = 0$

$\int y = -\int x$

$\frac{1}{2}y^2 = -\frac{1}{2}x^2$

$y^2 = -x^2 + C$

8. $xyy' + 2y^2 + x^2 = 0$

同除 xy

$y' + 2\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 0$

$u = \frac{y}{x}$

$y = ux$

$y' + 2u + \frac{1}{u} = 0$

$y' + \frac{2u^2+1}{u} = 0$

$y' = -\frac{2u^2+1}{u}$

$\frac{du}{dy} = -\frac{2u^2+1}{u}$

$\frac{u}{2u^2+1}du = -dy$

$\int \frac{u}{2u^2+1} = -\int 1\,dy$

$\frac{1}{4}\ln(2u^2+1) = -y\,dy$

$\ln(2u^2+1) = -4y\,dy$

$e^{\ln(2u^2+1)} = -4y$

$\frac{2y^2}{x^2} + 1 + 4y = C$

9. $4x^3y^3\,dx + 3x^4y^2\,dy = 0$

$M = 4x^3y^3 \quad N = 3x^4y^2$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 12x^3y^2 \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 12x^3y^2$ (正合)

$M = 4x^3y^3 \quad u = x^4xy^3$

$N = \frac{du}{dy} \quad 3x^4 = \frac{df(y)}{dy}$

代回原式

$\int \frac{df(y)}{dy} = \int y^2 = \frac{1}{3}y^3 + C$

$u = x^4 + xy^3 + \frac{1}{3}y^3 = C$

96

N=5

T=0

10. $(x^3+y^2)\,dx + xy\,dy$

$M = x^3 + y^2$

$N = xy$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

$\frac{\partial N}{\partial x} = y$

非正合

$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = f(x)$

$\frac{y}{xy} = \frac{1}{x}$

$I = e^{\int f(x)\,dx}$

$= e^{\int \frac{1}{x}}$

$= x$

乘以因素 x

$(x^4 + xy^2)\,dx + x^2y\,dy = 0$

$M = x^4 + xy^2$

$N = x^2y$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

$M = x^4 + xy^2$

$u = \frac{1}{5}x^5 + \frac{x^2y^2}{2}$

$N = \frac{du}{dy}$

$x^2y = \frac{df(y)}{dy}$

比較原式

$\frac{df(y)}{dy} = 0$

$u = \frac{1}{5}x^5 + \frac{x^2y^2}{2} = C$

11. $y' + \frac{1}{x}y = x$

$P(x) = \frac{1}{x}$

$Q(x) = x^2$

$y = Ce^{-\int P(x)\,dx} e^{-\int P(x)\,dx} \int Q(x) e^{\int P(x)\,dx}$

$\int P(x) = \int \frac{1}{x} = \ln x$

$C\frac{1}{x} + \frac{1}{x}\int x^3$

$\frac{C}{x} + \frac{1}{x}\int x^3$

$y = \frac{x}{C} + \frac{1}{4}x^3$

建國科技大學 100 學年度第一學期 (中.末) 考試答案卷

科目: 工程數學 班級: 機械二甲 學號: 9940 1027 姓名: 曾義模

1.
(1) particular solution 特解: 由通解中指定任意常數的值, 或由已知條件代入通解, 求出任意常數值, 且具有特定常數值之解謂之。

(2) initial condition, IC 初始條件: 自變數指定在同一點之拘束條件。

(3) boundary condition, BC 邊界條件: 自變數指定在不同一點之拘束條件。

2.
(1) 一階一次常微分方程式
(2) 二階三次常微分方程式
(3) 二階二次常微分方程式

3.

f	f'
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\tan x$	$-\sec x^2$
$\cot x$	$\csc x^2$
$\sec x$	$-\sec x \tan x$
$\csc x$	$\csc x \cot x$

4. solve $D[(2x^2)\sin x]$

$4x\sin x + 2x^2\cos x$

5. solve $\int \underset{u}{x} \underset{dv}{\cos x}\, dx$

$= x\sin x - \int \sin x \cdot 1$

$= x\sin x + \cos x + C$

6. solve $y' = 4x^5 + 1$

$\frac{dy}{dx} = 4x^5 + 1$

$dy = (4x^5+1)\,dx$

$\int dy = \int (4x^5+1)\,dx$

$y = \frac{2}{3}x^6 + x + C$

7. solve $yy' + x = 0$

$y\frac{dy}{dx} + x = 0$

$y\frac{dy}{dx} = -x$

$y\,dy = (-x)\,dx$

$\int y\,dy = \int -x\,dx$

8. solve $xyy' + 2y^2 + 4x^2 = 0$

$xy\frac{dy}{dx} + 2y^2 + 4x^2$

9. solve $\underset{M}{4x^3y^3}\,dx + \underset{N}{3x^4y^2}\,dy = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial (4x^3y^3)}{\partial y} = 12x^3y^2$

$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial (3x^4y^2)}{\partial x} = 12x^3y^2$ 正合

$u_1 = \int (4x^3y^3)\,dx = x^4y^3 + C$

$u_2 = \int (3x^4y^2)\,dy = x^4y^3 + C$

$u = x^4y^3 + C = 0$

10. solve $\underset{M}{(x^3+y^2)}\,dx + \underset{N}{xy}\,dy = 0$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial (x^3+y^2)}{\partial y} = 2y$ 非正合

$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial (xy)}{\partial x} = y$

$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = P(x)$

$\frac{2y - y}{xy} = \frac{x}{x^2y} = \frac{1}{x}$

$I(x) = e^{\int P(x)\,dx}$

$= e^{\int \frac{1}{x}\,dx}$

$= e^{\ln x} = x$

對積上原式

$= (x^4 + xy^2)\,dx + x^2y\,dy = 0$

$u_1 = \int (x^4 + xy^2)\,dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2y^2 + C$

$u_2 = \int (x^2y)\,dy = \frac{1}{2}x^2y^2 + C$

$u = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2y^2 + C = 0$

11. solve $y' + \frac{1}{x}y = x^2$

$P(x) = \frac{1}{x} \quad Q(x) = x^2$

$e^{-\int P(x)\,dx} = e^{-\int \frac{1}{x}\,dx} = e^{-\ln x} = \frac{1}{x}$

$e^{\int \frac{1}{x}\,dx} = e^{\ln x} = x$

$x^3 \quad \frac{1}{4}x^4$

$y = ce^{-\int P(x)\,dx} + e^{-\int P(x)\,dx} \int Q(x) e^{\int P(x)\,dx}\,dx$

$= c\cdot\frac{1}{x} + \frac{1}{x}\cdot\int x^2\cdot x\,dx$

$= c\frac{1}{x} + \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{4}x^4$

$= c\frac{1}{x} + \frac{1}{4}x^3$

建國科技大學 100 學年度第一學期 (中. 末) 考試答案卷

科目: 工程數學 班級: 機械二甲 學號: 9940103 姓名: 曾昱淮

1. (1) 特解: 由通解中指定任意常數的值, 或由已知條件入通解, 求出任意常數的值, 而具有特定常數值的解。
(2) 初始條件: 自變數指定在同一點 (一般為時間) 的約束條件 (一般為 0)。
(3) 邊界條件: 自變數指定在不同一點的約束條件。(一般為空間座標)。 +13

2. (1) 一階一次常微分線性方程式
(2) 二階一次常微分線性方程式
(3) 二階一次常微分線性方程式 +12

3. D sin x = cos x D sec x = sec x tan x
D cos x = -sin x D csc x = -cot x csc x
D Tan x = sec² x
D cot x = -csc² x +11

4. D[(2x²)·sin x]
= 4x·sin x + (2x²)·cos x

5. ∫ x·cos x dx

設 u = x, du = dx
dv = cos x dx, v = sin x

= x·sin x − ∫ sin x dx
= x·sin x − (−cos x) + C

6. X

7. y y' + x = 0
⇒ y dy/dx + x = 0
⇒ y dy/dx = −x
⇒ ∫ y dy = ∫ −x dx
⇒ ½y² + C = −½x² + C
⇒ y² = −x² + C

8. 同除 xy ⇒ y' + 2y/x + x/y = 0 設 u = 2y/x 或 x/y 6

9. ∂M/∂y = 12x³y² ∂N/∂x = 12x³y² 正合.
∂N/∂x = 12x³y²

+3

10. ∂M/∂y = 2y ∂N/∂x = y 非正合
(∂N/∂x − ∂M/∂y)/N = (2y − y)/xy = y/xy = 1/x
(∂M/∂y − ∂N/∂x)/M = (y − 2y)/(x²+y²) = −y/(x²+y²)

11. y' = Ce^{−∫p(x)dx} + e^{−∫p(x)dx} · ∫ Q(x) e^{∫p(x)dx} p(x) = 1/x, Q(x) = x²
e^{∫p(x)dx} = e^{∫1/x dx} e^{−∫p dx} = e^{−ln x + C}
= e^{ln x + C} = x + C = −x + C

= −Cx + (−x)·∫ x²·x dx
= −Cx + (−x)·¼x⁴ + C
= −Cx − ¼x⁵ + C

建國科技大學 100 學年度 第一學期 (中. 末) 考試答案卷

科目:_____ 班級:_____ 學號: 99401103 姓名: 黃楷峻

48

1.

(1) 特解：指通解指定的任意常數，或有特定的初值入的解

(2) 初始條件：自變數在同一(時間)點之邊界條件

(3) 邊界條件：自變數在相異(空間)點之邊界條件 +15

2. (1) 一微 = 次微分方程式.

(2) = 微 - 次偏微方程式.

(3) = 微 - 次偏微方程式

3.

f	f'
sinx	cosx
cosx	-sinx
tanx	sec^2x
cotx	$-csc^2$
secx	secx·tanx
cscx	-cscx·cotx

+12

31

N:6
T:5

4. $D[(2x^2)\sin x]$

$= (4x\cdot\sin x + 2x^2\cdot\cos x)$.

$= 8x^3\cdot\sin x\cdot\cos x$

5. $\int x\cdot\cos x\,dx$.

$u = x \quad du = 1$.

$dv = \cos x \quad v = -\sin x$.

$uv = \int v\,du$.

$= x\sin x - \int \sin x$

$= x\sin x + \cos x + C$.

6. $y' = 4x^5 + 1$

$y = 20x^4$ ✱

7. $yy' + x = 0$.

$\Rightarrow y\cdot\frac{dy}{dx} = -x$.

$y = -x\cdot\frac{dx}{dy}$ ✱

9. $4x^3y^3\,dx + 3x^4y^2\,dy = 0$.

Ans: $x^4y^2 = 3$. ✱

建國科技大學 100 學年度第一學期 (中. 末) 考試答案卷

科目: 工程數學 班級: 木然二甲 學號: 99401015 姓名: 柯宗盛

1、(1) 特解：由通解中指定任意常數的值，或由已知條件代入通解，求出任意常數之值，而具有特定常數值之解謂之。

(2) 初始條件：自變數(一般為時間)指定在同一點(一般為0)之拘束條件。

(3) 邊界條件：自變數(一般為空間座標)，指定在不同一點之拘束條件。

2、(1) 一階一次常微分方程式

(2) 三階二次常微分方程式 +5

(3) 三階一次常微分方程式

3、

f	f'
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\csc^2 x$
$\sec x$	$\sec x \tan x$
$\csc x$	$-\csc x \cot x$

+1

4、$=[(4x)\cos x)]$

5、$=\int x \cdot -\sin x \, dx$

建國科技大學 100 學年度第一學期 (中. 末) 考試答案卷

科目: 工程數學 班級: 機二甲 學號: 9940l002 姓名: 吳柏勳

1. (1) 由通解中指定常數之值，或已知條件代入通解求出指定常數之值，具有特定常數之解，為特解。

(2) 初始條件：自變數(時間)指定同一點(0)均束條件。

(3) 邊界條件：自變數(空間座標)指定不同一點均束條件。

2. (1) 一階 一次常微分方程式

(2) 三階 三次常微分方程式

(3) 五階 二次常微分方程式

3.

f	f'
Sin x	Cos x
Cos x	-Sin x
Tan x	$Sec^2 x$
Cot x	$-CSC^2 x$
Sec x	Sec x tan x
Csc x	-Csc x Cot x

4. $D[(2x^2)\sin x]$

$= 4x\cos x$ X

5. $\int x \cdot \cos x \, dx$

令 $u = x$, $dv = \cos x \, dx$

$du = dx$, $v = \sin x$

$\int x \cdot \cos x \, dx = uv - \int v \, du$

$= x \cdot \sin x - \int \sin x \, dx$

$= x \sin x + \cos x + C$

6. $y' = 4x^5 + 1$

7. $yy' + x = 0$

8. $xyy' + 2y^2 + x^2 = 0$

9. $4x^3y^3 dx + 3x^4y^2 dy = 0$

10. $(x^3 + y^2)dx + xy\,dy = 0$

11. $y' + \frac{1}{x}y = x^2$

建國科技大學 100 學年度第 一 學期 (中.末) 考試答案卷

科目: 工程數學 班級: 機械二甲 學號: 9940164 姓名: 陳威政

16

1

(1) particular solution

(2) initial condition, IC

(3) boundary condition, BC

12

2.

(1) $x^4\frac{dx}{dy}+y^2=0$

(2) $(\frac{d^2y}{dx^2})^3+2(\frac{dy}{dx})+3y=0$

(3) $(\frac{d^2y}{dx^2})^2+2(\frac{dy}{dx})^5+3y=0$

N24

T20

3.

f	f'
sinx	cosx ✓
cosx	-sinx ✓
tanx	sec^2x ✓
cotx	$-csc^2x$ ✓
secx	secxtanx ✓
cscx	-cscxcotx ✓

+12

4. $D[(2x^2)\sin x)]$

$=4x\sin x$

5. $\int x\cdot\cos x\,dx$

6. $y'=4x^5+1$

7 $yy'+x=0$

8 $xyy'+2y^2+x^2=0$

9 $4x^3y^3dx+3x^4y^2dy=0$

10 $(x^3+y^2)dx+xydy=0$

11. $y+\frac{1}{x}y=x^2$

建國科技大學 100 學年度第 一學期 (中. 末) 考試答案卷

科目: 工技 班級: 九二甲 學號: 99401708 姓名: 何佳穎

1、

X

2、

X

3、

f	f'	
sinx	cosx	✓
cosx	-sinx	✓
tanx	-cotx	X
cotx	X	
secx	secx·cotx	X
cscx	-cscx·cotx	X

4

N=4

T=0

4、 $[2x^2 \cdot \sin x]'$

$4x \cdot \cos x$ X

7、

8、

5、 ~~(sinx)~~ D

9、

11、

D

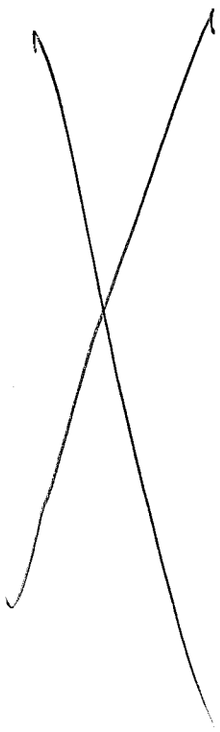
6、 D

X

建國科技大學 100 學年度第一學期 (中. 末) 考試答案卷

科目: 工程數學 班級：機械二甲 學號：9940106l. 姓名：黃閔鴻

1.



2.

3. f → f'

$\sin x \rightarrow \cos x$ ✓

$\cos x \rightarrow -\sin x$ ✓

$\tan x \rightarrow$

$\cot x \rightarrow$

$\sec x \rightarrow$ ✗✓

$\csc x \rightarrow$

4

N: 4
T: 0